文章编号：1004－4736(2008)02－0120－03

由共轭函数构造锥规划的对偶规划

安中华[1]，安　琪[2]

（1. 湖北第二师范学院数学与计量经济系，湖北 武汉 430205；
2. 华中科技大学数学系，湖北 武汉 430074）

摘　要：以共轭函数和凸规划的对偶规划为基础，利用对偶锥的概念，全面讨论了一般锥规划的对偶问题，严格推导出锥规划对偶规划的表示形式，给出了锥规划的主要对偶性质，并用这些结果研究了常见锥规划的对偶性. 所得结论具有简单、便于应用和适用广泛等优点. 这为进一步研究锥规划提供了便利.

关键词：共轭函数；锥规划；对偶锥；对偶规划

中图分类号：O 177.2　　　文献标识码：A

0　引　言

锥规划在金融、工程等领域有着广泛的应用[1,2]，因而成为近年来数学规划领域的一个引人注目的方向，很多学者从锥规划本身研究了锥规划的求解方法和某些性质[1~8].

对偶规划是数学规划中的一个很重要的概念，但一些文献[3,4]仅零星地提到锥规划的对偶，文献[7]用线性规划的思想定义了锥规划的对偶规划，并全面讨论了锥规划对偶规划的结构.

作为凸规划特殊情况的锥规划，其一定保留了凸规划的对偶性. 本文以共轭函数和凸规划的对偶规划为基础，利用对偶锥的概念，推导出一般锥规划——含隐式约束的锥规划的对偶规划.

1　概念与引理

本文引用文章[5～7]中关于锥、对偶锥、锥规划的一些概念，并设锥为非空闭凸锥.

设 C 为 R^n 中非空集合，如 $\forall \boldsymbol{x}\in C$，$\forall \boldsymbol{l}\in R$，$\boldsymbol{l}\geqslant 0$，都有 $\boldsymbol{lx}\in C$，则称集合 C 为锥；

设 C 为 R^n 中的锥，记 $C^*=\{\boldsymbol{y}\mid \boldsymbol{y}\in R^n,\forall \boldsymbol{x}\in C$ 有 $\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{y}\geqslant 0\}$，则称集合 C^* 为 C 的对偶锥.

如 R^n、$\{\boldsymbol{o}\}$（$\boldsymbol{o}$ 表示 R^n 中的原点）、R^n_+（$\{x\mid x\geqslant 0,x\in R^n\}$）均为锥. 其对偶，$(R^n)^*=\{\boldsymbol{o}\}$、$(\{\boldsymbol{o}\})^*=R^n$，而 R^n_+ 为自对偶的，即它们的对偶锥为其自身.

当取 $\boldsymbol{l}=\boldsymbol{o}$ 时，即得：R^n 中任意锥都包含坐标原点.

由于所处理的锥为非空闭凸锥，则对偶锥的对偶为原锥，即锥的对偶运算具有对称性[5,7].

锥的直积仍为锥，且锥的直积与对偶运算具有可交换性，即 $(C_x\times C_y)^*=C_x^*\times C_y^*$[7].

设变量 $\boldsymbol{x}\in R^n$，常数 $\boldsymbol{c}\in R^n$，$\boldsymbol{b}\in R^m$，$\boldsymbol{A}\in R^{m\times n}$，$C_x$ 为 R^n 中的锥、C_y 为 R^m 中的锥，锥规划指：

$$(\mathrm{CP})\qquad \min\ \boldsymbol{c}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x}$$
$$\mathrm{s.t.}\ \boldsymbol{Ax}-\boldsymbol{b}\in C_y、\boldsymbol{x}\in C_x$$

当 $C_y=R^m_+$、$C_x=R^n_+$ 时，规划(CP)为线性规划，即锥规划为线性规划的推广形式. 因设所用锥为非空闭凸锥，所以规划(CP)可行域 D 为凸集，即锥规划为凸规划的特殊形式.

引理 1

(1) $$\max_{\substack{x、w\\ Ax-b-w\in C_y}}\{f(\boldsymbol{x})+\boldsymbol{\lambda}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{w}\}=\begin{cases}\max\limits_{x}\{f(\boldsymbol{x})+\boldsymbol{\lambda}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{Ax}-\boldsymbol{b})\} & \boldsymbol{\lambda}\in C_y^*;\\ +\infty & 其它\end{cases};$$

(2) $$\max_{x}\{\boldsymbol{\lambda}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x}\}=\begin{cases}0 & \boldsymbol{\lambda}=0\\ +\infty & 其它\end{cases}$$

证：(1)记 $\boldsymbol{Ax}-\boldsymbol{b}-\ \boldsymbol{w}=\ \boldsymbol{y}\in C_y$，则等式左边

$$\max_{\substack{x、y\\ y\in C_y}}\{f(\boldsymbol{x})\mid \boldsymbol{\lambda}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{Ax}-\boldsymbol{b}-\boldsymbol{y})\}=$$

$$\max_{\substack{x、y\\ y\in C_y}}\{f(\boldsymbol{x})+\boldsymbol{\lambda}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{Ax}-\boldsymbol{b})-\boldsymbol{\lambda}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{y}\}=$$

$$\max_{x}\{f(\boldsymbol{x})+\boldsymbol{\lambda}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{Ax}-\boldsymbol{b})\}+\max_{y\in C_y}\{-\boldsymbol{\lambda}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{y}\}$$

当 $\boldsymbol{\lambda}\in C_y^*$ 时，即 $\forall\boldsymbol{y}\in C_y$ 有 $\boldsymbol{\lambda}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{y}\geqslant 0$，或 $-\boldsymbol{\lambda}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{y}\leqslant 0$，而 $\boldsymbol{y}=0\in C_y$ 有 $-\boldsymbol{\lambda}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{y}=0$.

则 $\max\limits_{y\in C_y}\{-\boldsymbol{\lambda}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{y}\}=0$

即等式左边 $=\max\limits_{x}\{f(\boldsymbol{x})\mid \boldsymbol{\lambda}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{Ax}-\boldsymbol{b})\}$

当 $\boldsymbol{\lambda}\notin C_y^*$ 时，即 $\exists\boldsymbol{y}\in C_y$ 有 $\boldsymbol{\lambda}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{y}\leqslant\boldsymbol{o}$，或 $-\boldsymbol{\lambda}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{y}\geqslant 0$，而 $\forall\alpha\geqslant 0$，$\alpha\boldsymbol{y}\in C_y$ 有：

收稿日期：2007－06－15

作者简介：安中华(1961－)，男，河北清河人，副教授，硕士. 研究方向：金融优化.

$$\lim_{\alpha\to+\infty}(-\boldsymbol{\lambda}^{\mathrm{T}}\alpha\boldsymbol{y})=+\infty$$

故 $\max\limits_{y\in C_y}\{-\boldsymbol{\lambda}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{y}\}=+\infty$

即原式 $=+\infty$.

(2) 当 $\boldsymbol{\lambda}=\boldsymbol{o}$ 时，等式成立；

当 $\boldsymbol{\lambda}\neq\boldsymbol{o}$ 时，则 $\boldsymbol{\lambda}$ 有分量非 0，不妨设第一个分量 $\lambda_1\neq0$，取 $\boldsymbol{x}$ 的第一个分量 $x_1=\alpha\lambda_1(\alpha\geqslant0)$，其它分量全为 0，于是，$\boldsymbol{\lambda}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x}=\alpha\lambda_1^2$

$$\lim_{\alpha\to+\beta}(\boldsymbol{\lambda}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x})=+\infty$$

故 $\max\limits_{x}\{\boldsymbol{\lambda}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x}\}=+\infty$

即等式成立.

2　锥规划的对偶规划

下面利用共轭函数构造锥规划(CP)的对偶规划[9].

(1) 针对(CP)定义函数：

$$\varphi(x)=\begin{cases}\boldsymbol{c}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x} & \boldsymbol{A}\boldsymbol{x}-\boldsymbol{b}\in C_y,\boldsymbol{x}\in C_x\\ +\infty & \text{其它}\end{cases}$$

则(CP)等价 $\min\limits_{x}\varphi(x)$.

(2) 在(CP)的约束中引入扰动向量，$\boldsymbol{w}\in R^m$、$\boldsymbol{u}\in \boldsymbol{R}^n$，即：

$$\varphi(\boldsymbol{x},\boldsymbol{w},\boldsymbol{u})=\begin{cases}\boldsymbol{c}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x} & \boldsymbol{A}\boldsymbol{x}-\boldsymbol{b}-\boldsymbol{w}\in C_y,\boldsymbol{x}-\boldsymbol{u}\in C_x\\ +\infty & \text{其它}\end{cases}$$

于是，(CP)又等价 $\min\limits_{x}\varphi(\boldsymbol{x},\boldsymbol{o},\boldsymbol{o})$.

(3) 求 $\varphi(\boldsymbol{x},\boldsymbol{w},\boldsymbol{u})$ 的共轭函数：

设 $\boldsymbol{\xi}$、$z\in R^n$，$y\in R^m$.

$$\varphi^*(\boldsymbol{\xi},\boldsymbol{y},\boldsymbol{z})=$$

$$\max_{x,w,u}\{\boldsymbol{\zeta}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x}+\boldsymbol{y}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{w}+\boldsymbol{z}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{u}-\varphi(\boldsymbol{x},\boldsymbol{w},\boldsymbol{u})\}=$$

$$\max_{\substack{x,w,u\\ Ax-b-w\in C_y\\ x-u\in C_x}}\{\zeta^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x}+\boldsymbol{y}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{w}+\boldsymbol{z}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{u}-\boldsymbol{c}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x}\}$$

由引理 1 的(1)得：

$$\varphi^*(\boldsymbol{\xi},\boldsymbol{y},\boldsymbol{z})=$$

$$\begin{cases}\max\limits_{x}\{\boldsymbol{\zeta}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x}+\boldsymbol{y}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{A}\boldsymbol{x}-\boldsymbol{b})+\boldsymbol{z}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x}-\boldsymbol{c}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x}\} & \boldsymbol{y}\in C_y^*,\boldsymbol{z}\in C^*x\\ +\infty & \text{其它}\end{cases}$$

$$\begin{cases}\max\limits_{x}\{(\boldsymbol{\zeta}^{\mathrm{T}}+\boldsymbol{y}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A}+\boldsymbol{z}^{\mathrm{T}}-\boldsymbol{c}^{\mathrm{T}})\boldsymbol{x}-\boldsymbol{y}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{b}\} & \boldsymbol{y}\in C_y^*,\boldsymbol{z}\in C_x^*\\ +\infty & \text{其它}\end{cases}$$

由引理 1 的(2)得：

$$\varphi^*(\boldsymbol{\xi},\boldsymbol{y},\boldsymbol{z})=$$

$$\begin{cases}-\boldsymbol{y}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{b} & \boldsymbol{y}\in C_y^*,\boldsymbol{z}\in C_x^*,\boldsymbol{\zeta}+\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{y}+\boldsymbol{z}-\boldsymbol{c}=0\\ +\infty & \text{其它}\end{cases}$$

(4) 得(CP)的对偶规划：

$$\max_{y,z}\{-\varphi^*(\boldsymbol{o},\boldsymbol{y},\boldsymbol{z})\}=\max_{\substack{y,z\\ y\in C_y^*,z\in C^*\\ A^{\mathrm{T}}y+z-c=o}}\{y^{\mathrm{T}}b\}$$

消除松弛变量 $\boldsymbol{z}$，即得：

定理 1　锥规划(CP)的对偶规划为：

(DCP)　$\max\ \boldsymbol{b}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{y}$

s. t.　$\boldsymbol{c}-\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{y}\in C_x^*$、$\boldsymbol{y}\in C_y^*$

其中 C_x^*、C_y^* 分别为 C_x、C_y 的对偶锥.

易知，规划(DCP)也为锥规划. 称锥规划(CP)为锥规划(DCP)的原规划.

由文献[7,9]得锥规划的对偶有下列性质：

(1) 对称性. 对偶规划的对偶是原规划，即锥规划(CP)与(DCP)互为对偶；

(2) 弱对偶性. $\boldsymbol{x}$ 为原规划(CP)的任一可行解，$\boldsymbol{y}$ 为对偶规划(DCP)的任一可行解，则 $\boldsymbol{c}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x}\leqslant\boldsymbol{b}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{y}$；

(3) 最优性. $\boldsymbol{x}_0$、$\boldsymbol{y}_0$ 分别为原规划和其对偶规划的可行解，且 $\boldsymbol{c}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x}_0=\boldsymbol{b}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{y}_0$，则 $\boldsymbol{x}_0$、$\boldsymbol{y}_0$ 分别为原规划和其对偶规划的最优解；

(4) 强对偶性. 如原规划有最优解，则其对偶规划也有最优解，且它们的最优值相等.

3　常见锥规划的对偶规划

(1) 线性规划

令 $C_x=R_+^n(=\{\boldsymbol{x}\mid\boldsymbol{x}\geqslant\boldsymbol{o},\boldsymbol{x}\in R^n\})$

$C_y=R_+^m(=\{\boldsymbol{y}\mid\boldsymbol{y}\geqslant\boldsymbol{o},\boldsymbol{y}\in R^m\})$，

则 $(R_+^n)^*=R_+^n$、$(R_+^m)^*=R_+^m$.

此时锥规划及其对偶规划为线性规划：

$\min\ \boldsymbol{c}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x}$

s. t.　$\boldsymbol{A}\boldsymbol{x}\geqslant\boldsymbol{b}$、$\boldsymbol{x}\geqslant\boldsymbol{o}$

与其对偶规划：

$\max\ \boldsymbol{b}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{y}$

s. t.　$\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{y}\leqslant\boldsymbol{c}$、$\boldsymbol{y}\geqslant\boldsymbol{o}$

(2) 标准锥规划

对锥规划(CP)，令 $\boldsymbol{x}_s=\boldsymbol{A}\boldsymbol{x}-\boldsymbol{b}$，则 $\boldsymbol{x}_s\in C_y$，$\boldsymbol{x}_s$ 为锥规划(CP)的松驰变量. 锥规划(CP)引入松驰变量 x_s 后，其有等价形式：

(SCP)　$\min\ \boldsymbol{c}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x}$

s. t.　$\boldsymbol{A}\boldsymbol{x}-\boldsymbol{x}_s=\boldsymbol{b}$、$\boldsymbol{x}\in C_x$，$\boldsymbol{x}_s\in C_y$

(SCP)称为(CP)的标准形式.

对一般标准型锥规划：

(SSCP)　$\min\ \boldsymbol{c}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x}$

s. t.　$\boldsymbol{A}\boldsymbol{x}=\boldsymbol{b}$、$\boldsymbol{x}\in C_x$

其对偶规划为：

(DSSCP)　$\max\ \boldsymbol{b}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{y}$

s. t.　$\boldsymbol{c}-\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{y}\in C_x^*$

因为，在(CP)中令 $C_y=\{\boldsymbol{o}\}$，则此时的(CP)即为(SSCP)，且 $C_y^*=R^m$.

由定理 1 得(SSCP)的对偶规划为：

max $\boldsymbol{b}^{\mathrm{T}} y$

s. t. $\boldsymbol{c}-\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{y}\in C_x^*$,$\boldsymbol{y}\in R^m$

省除无用约束 $\boldsymbol{y}\in R^m$，即得对偶规划(DSSCP).

(3) 标准二次锥规划

文献[3]的原规划为：

(P1) min $\boldsymbol{c}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x}$

s. t. $\boldsymbol{Ax}=\boldsymbol{b},\boldsymbol{x}\in K$

其中 K 是二次锥. K 是自对偶的，即 $K^*=K$.

将(P1)改写为：

min $\boldsymbol{c}^{\mathrm{T}} x$

s. t. $\boldsymbol{Ax}-\boldsymbol{b}\in\{\boldsymbol{o}\},\boldsymbol{x}\in K$

其中$\{\boldsymbol{o}\}^*=R^m$.

由定理1得($P1$)的对偶为：

max $\boldsymbol{b}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{y}$

s. t. $\boldsymbol{c}-\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{y}\in K^*=K,\boldsymbol{y}\in\{0\}^*=R^m$

引进松驰变量 $\boldsymbol{s}=\boldsymbol{c}-\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{y}\in K$，并省除无用约束 $\boldsymbol{y}\in R^m$ 得($P1$)的对偶为：

(D1) max $\boldsymbol{b}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{y}$

s. t. $\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{y}+\boldsymbol{s}=\boldsymbol{c},\boldsymbol{s}\in K$

与文献[3]的结论一致.

(4) 其它锥规划

文献[4]的原规划为：

(P2) min $\boldsymbol{f}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x}$

s. t. $\boldsymbol{Ax}=\boldsymbol{b},\boldsymbol{Cx}-\boldsymbol{d}\in K$

其中 K 为锥，$\boldsymbol{A}\in R^{m\times n}$，$\boldsymbol{C}\in R^{l\times n}$.

将(P2)改写为：

min $\boldsymbol{f}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{x}$

s. t. $\boldsymbol{Ax}-\boldsymbol{b}\in\{\boldsymbol{o}\},\boldsymbol{Cx}-\boldsymbol{d}\in K,\boldsymbol{x}\in R^n$

其中$\{\boldsymbol{o}\}^*=R^m$，$\{R^n\}^*=\{\boldsymbol{o}\}$.

即为(CP1)中 $\boldsymbol{c}_1=\boldsymbol{f},\boldsymbol{c}_2=\boldsymbol{o},\boldsymbol{x}_1=\boldsymbol{x},\boldsymbol{A}_{11}=\boldsymbol{A},\boldsymbol{A}_{12}=\boldsymbol{o},\boldsymbol{b}_1=\boldsymbol{b},C_{y1}=\{\boldsymbol{o}\},\boldsymbol{A}_{21}=\boldsymbol{C},\boldsymbol{A}_{22}=\boldsymbol{o},\boldsymbol{b}_2=\boldsymbol{d},C_{y2}=K,C_{x1}=R^n,C_{x2}=R^k$.

由定理3得(P2)的对偶为：

max $\boldsymbol{b}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{y}+\boldsymbol{d}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{w}$

s. t. $\boldsymbol{f}-(\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{y}+\boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{w})\in\{\boldsymbol{o}\},\boldsymbol{o}\in\{\boldsymbol{o}\},\boldsymbol{y}\in R^m,\boldsymbol{w}\in K^*$

省除无用约束 $\boldsymbol{y}\in R^m$、$\boldsymbol{o}\in\{\boldsymbol{o}\}$得(P2)的对偶为：

(D2) max $\boldsymbol{b}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{y}+\boldsymbol{d}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{w}$

s. t. $\boldsymbol{f}=\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{y}+\boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{w},\boldsymbol{w}\in K^*$

也与文献[4]的结论一致.

4 结 语

本文以共轭函数和凸规划的对偶规划为基础，利用对偶锥的概念，全面讨论了一般锥规划——含隐式约束的锥规划的对偶问题，严格推导出锥规划的对偶规划的表示形式，其形式与文献[7]的定义相同. 同时给出了锥规划的主要对偶性质 对称性、弱对偶性、最优性和强对偶性，并用这些结果研究了常见锥规划的对偶性.

从所得结论可见，利用共轭函数和对偶锥，推导出锥规划的对偶规划具有表示形式简单、便于应用和适用于任意锥规划等优点. 这为进一步研究锥规划提供了便利.

参考文献：

[1] Halldorsson B, Tütüncü R H. An interior-point method for a class of saddle point problems [J]. Journal of Optimization Theory and Applications, 2003,116(3):559-590.

[2] Lobo M S, Vandenberghe L, Boyd S, et al. Applications of second-order cone programming [J]. Linear Alg Appl, 1998, 284:193-228.

[3] 迟晓妮，刘三阳. 二次锥规划的光滑牛顿法[J]. 应用数学，2005, 18: 23-27.

[4] 林惠玲，张圣贵. 锥规划的最优解唯一的几何特征[J]. 闽江学院学报，2005,10:5-9.

[5] Tütüncü R H. Optimization in Finance [M]. Pittsburgh, USA, Carnegie Mellon University. 2003.

[6] Robert M Freund, Jorge R vera. Some characterizations and properties of the "distance to ill-posedness" and the condition measure of a conic linear system [J]. Math. Program, 1999,86:225-260.

[7] 安中华. 锥规划的对偶规划[J]. 武汉工程大学学报，2007,29(3):80-84.

[8] 安中华，安琼. Farkas 引理在线性锥系统的推广[J]. 华中师范大学学报(自然科学版)，2007,41(2):167-169.

[9] M. 阿佛里耳. 非线性规划——分析与方法(上册)[M]. 上海：上海科技出版社. 1979. 107-130.

(下转第126页)

参考文献：

[1] Uri Gneezy. Step-level Reasoning and Bidding in Auctions [J]. Management Science. 2005,51(11): 1633-1642.

[2] 张维迎.博弈论与信息经济学[M].上海:上海三联出版社,1996.17-22.

[3] 张明媚,刘开第.工程招投标中的激励机制分析[J].数学的实践与认识,2002,(3):387-391.

[4] Ioannou P G, Leu S. Average-bid method-competitive bidding strategy[J]. J Constr Eng Manage,1993,119(1):131-147.

[5] Fu. W K, Drew. D S, Lo. H P. Competitiveness of Inexperienced and Experienced Contractors in Bidding[J]. J Constr Eng Manage,2003,129(4): 388-395.

The effect of quality on bidding

SHAO Xiao-shuang

(School of Economics and Management, Southwest JiaoTong University, Chengdu 610031, China)

Abstract: This study is concerned with the effect of quality on bidding. Considering a vertically differentiated duopoly framework, we can conclude that quality has a hard effect on the price and the result of bidding. The conclusion reveals that both price and quality should be concerned during bidding by clients.

Key words: duopoly; game theory; contractor; quality; the minimum price get the object

本文编辑:萧　宁

(上接第122页)

Constructing the dual programming of a conic programming with a conjugate function

AN Zhong-hua[1], *AN Qi*[2]

(1. Department of Mathematics and Measure Economics, Hubei University of Education, Wuhan 430205, China;
2. Department of Mathematics, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074, China)

Abstract: In this paper, based on the conjugate function and the dual programming of convex programming, with the dual cone, to conic programming, the dual programming is fully discussed, the expression of the dual programming is educed, the main dualities are proved, and the dualities of the familiar conic programming are studied. The conclusions are simple, easy to use and widely applicable. It offers convenience studying the conic programming.

Key words: conjugate function; conic programming; dual cone; dual programming

本文编辑:萧　宁