文章编号:1674 - 2869(2010)09 - 0105 - 03

# 1—AGO 灰关联分析模型

杨建华
(武汉工程大学理学院,智能机器人湖北省重点实验室,湖北 武汉 430074)

摘 要:对灰关联分析中关联系数以及关联度加以改进,给出了 1—AGO 关联系数以及 1—AGO 关联度,讨论了它们的有关性质,并建立了 1—AGO 灰关联分析模型,使之更具有合理性和科学性.

关键词:关联系数;关联度;1—AGO 关联系数;1—AGO 关联度
中图分类号:O29 文献标识码:A **doi**:10.3969/j.issn.1674-2869.2010.09.026

## 0 引 言

灰色系统[1]理论及其方法在社会、经济、工业、农业、生态、工程等各方面都得到了很好地应用[2-5],其中关联分析[6-7]在对动态过程发展态势进行量化比较分析起了十分重要的作用.在[8]中对灰关联分析模型加以改进,提出了指数型灰关联分析模型,该模型克服了一般灰关联分析模型不考虑数据波动方向对关联度的影响的不足,但其使用了指数变换,不能保证线性性的成立.本文利用灰色系统常用的方法 1—AGO,对一般灰关联分析模型进行改进,提出了下面的模型.

## 1 1—AGO 灰关联分析模型

设有 $m+1$ 个数列 $x_i=(x_i(1),x_i(2),\cdots,x_i(n)),(i=0,1,2,\cdots,m)$,将它们初值化处理仍记为 $x_i=(x_i(1),x_i(2),\cdots,x_i(n)),(i=0,1,2,\cdots,m)$,再将 $x_i=(x_i(1),x_i(2),\cdots,x_i(n)),(i=0,1,2,\cdots,m)$ 作 AGO 处理得原数列的 AGO 数列 $AGO(x_i)=(AGO(x_i(1)),AGO(x_i(2)),\cdots,AGO(x_i(n))),(i=0,1,2,\cdots,m)$,其中 $AGO(x_i(k))=x_i(1)+x_i(2)+\cdots+x_i(k),(k=1,2,\cdots,n)$.定义 $x_i(i=1,2,\cdots,m)$ 对 $x_0$ 在 $k$ 时刻的 1—AGO 型关联系数为

$$AGO\xi_i(k)=AGO\gamma(x_0(k),x_i(k))=$$
$$[\zeta\max_i\max_j|AGO(x_0(j))-AGO(x_i(j))|]\times$$
$$[|AGO(x_0(k))-AGO(x_i(k))|+$$
$$\zeta\max_i\max_j|AGO(x_0(j))-AGO(x_i(j))|]^{-1}$$

其中分辨系数 $\zeta$ 一般在 0 与 1 之间选取.$x_i(i=1,2,\cdots,m)$ 对 $x_0$ 的 1—AGO 型关联度为

$$AGO\gamma(x_0,x_i)=\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}AGO\gamma(x_0(k),x_i(k))$$
$$(i=1,2,\cdots,m)$$

## 2 模型的合理性

记 $X=\{x_i|i=0,1,2,\cdots,m\}$

$$\Delta_{oi}(j)=|AGO(x_0(j))-AGO(x_i(j))|$$
$$I=\{1,2,\cdots,m\},J=\{1,2,\cdots,n\}$$
$$\Delta_{oi}(\max)=\max_i\max_j\Delta_{oi}(j)$$
$$\Delta_{oi}(\min)=\min_i\min_j\Delta_{oi}(j)$$
$$\Delta=\{\Delta_{oi}(j)|i\in I,j\in J\}$$
$$\Delta_{GR}=\{\Delta,\zeta,\Delta_{oi}(\max),\Delta_{oi}(\min)\}$$

则 $AGO\gamma(x_0,x_i)$ 满足灰关联公理[7]:

**a.** 规范性

$$0<AGO\gamma(x_0,x_i)\leqslant 1$$
$$AGO\gamma(x_0,x_i)=1\Leftrightarrow x_0=x_i$$
$$AGO\gamma(x_0,x_i)=0\Leftrightarrow x_0,x_i\in\Phi$$

**b.** 偶对对称性

$$AGO\gamma(x,y)=AGO\gamma(x,y)\quad \text{iff } X=\{x,y\}$$

**c.** 整体性

$$AGO\gamma(x_i,x_j)\overset{\text{often}}{\neq}AGO\gamma(x_j,x_i)$$
$$x_i,x\in X=\{x_i|i=1,2,\cdots,m;m>3\}$$

**d.** 接近性

差异信息 $\Delta_{oi}(j)$ 越小,则 $AGO\gamma(x_0(j),x_i(j))$ 越大.

即

$$\Delta_{oi}(j)\downarrow\Rightarrow AGO\gamma(x_0(j),x_i(j))\uparrow$$

所以 $AGO\gamma(x_0,x_i)$ 为灰关联映射.

---

收稿日期:2009 - 12 - 29

作者简介:杨建华(1959 -),男,湖北嘉鱼人,副教授.研究方向:灰色理论及其应用和基础数学.

## 3 线性性

AGO 关联系数、关联度具有线性性.

**定理 1** 设 $y_i = x_i + b$，即 $y_i(k) = x_i(k) + b(k=1,2,\cdots,m)$ 其中 $b$ 为常数，记 $x_i, y_i(i=1,2,\cdots,m)$ 对 $x_0, y_0$ 在 $k$ 时刻的 AGO 型关联系数分别为 $AGO\gamma(x_0(k), x_i(k))$ 和 $AGO\gamma(y_0(k), y_i(k))$，$x_i, y_j(i=1,2,\cdots,m)$ 对 $x_0, y_0$ 的 AGO 型关联度分别为 $AGO\gamma(x_0,x_i)$ 和 $AGO\gamma(y_0,y_i)$，则

$AGO\gamma(x_0(k), x_i(k)) = AGO\gamma(y_0(k), y_i(k))$，
$AGO\gamma(x_0,x_i) = AGO\gamma(y_0,y_i)$.

证

$$AGO\gamma(y_0(k),y_i(k)) =$$
$$[\zeta \max_i\max_j |AGO(y_0(j)) - AGO(y_i(j))|] \times$$
$$[|AGO(y_0(k)) - AGO(y_i(k))| +$$
$$\zeta \max_i\max_j |AGO(y_0(j)) - AGO(y_i(j))|]^{-1} =$$
$$[\zeta \max_i\max_j |AGO(x_0(j)+b) - AGO(x_i(j)+b)|] \times$$
$$[|AGO(x_0(k)+b) - AGO(x_i(k)+b)| +$$
$$\zeta \max_i\max_j |AGO(x_0(j)+b) - AGO(x_i(j)+b)|]^{-1} =$$
$$[\zeta \max_i\max_j |AGO(x_0(j)) - AGO(x_i(j))|] \times$$
$$[|AGO(x_0(k)) - AGO(x_i(k))| +$$
$$\zeta \max_i\max_j |AGO(x_0(j)) - AGO(x_i(j))|]^{-1} =$$
$$AGO\gamma(x_0(k),x_i(k))$$

$$AGO\gamma(y_0,y_i) = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} AGO\gamma(y_0(k),y_i(k)) =$$
$$\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} AGO\gamma(x_0(k),x_i(k)) = AGO\gamma(x_0,x_i)$$
$$(i = 1,2,\cdots,m)$$

**定理 2** 设 $y_i = ax_i$，即 $y_i(k) = ax_i(k)(k=1,2,\cdots,n; i=0,1,2,\cdots,m)$，其中 $a$ 为常数，$x_i, y_i(i=1,2,\cdots,m)$ 对 $x_0, y_0$ 在 $k$ 时刻的 AGO 型关联系数分别为 $AGO\gamma(x_0(k),x_i(k))$ 和 $AGO\gamma(y_0(k), y_i(k))$ 对 $x_0, y_0$ 的 AGO 型关联度分别为 $AGO\gamma(x_0, x_i)$ 和 $AGO\gamma(y_0,y_i)$，则

$AGO\gamma(x_0(k),x_i(k)) = AGO\gamma(y_0(k),y_i(k))$，
$AGO\gamma(x_0,x_i) = AGO\gamma(y_0,y_i)$.

证

$$AGO\gamma(y_0(k),y_i(k)) =$$
$$[\zeta \max_i\max_j |AGO(y_0(j)) - AGO(y_i(j))|] \times$$
$$[|AGO(y_0(k)) - AGO(y_i(k))| +$$
$$\zeta \max_i\max_j |AGO(y_0(j)) - AGO(y_i(j))|]^{-1} =$$
$$[\zeta \max_i\max_j |AGO(ax_0(j)) - AGO(ax_i(j))|] \times$$
$$[|AGO(ax_0(k)) - AGO(ax_i(k))| +$$
$$\zeta \max_i\max_j |AGO(ax_0(j)) - AGO(ax_i(j))|]^{-1} =$$
$$[\zeta \max_i\max_j |AGO(x_0(j)) - AGO(x_i(j))|] \times$$
$$[|AGO(x_0(k)) - AGO(x_i(k))| +$$
$$\zeta \max_i\max_j |AGO(x_0(j)) - AGO(x_i(j))|]^{-1} =$$
$$AGO\gamma(x_0(k),x_i(k))$$

$$AGO\gamma(y_0,y_i) = \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} AGO\gamma(y_0(k),y_i(k)) =$$
$$\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n} AGO\gamma(x_0(k),x_i(k)) = AGO\gamma(x_0,x_i)$$
$$(i = 1,2,\cdots,m)$$

## 4 例 题

例 1 设有 3 组数列如表 1[8].

表 1 原始数据表 $A$

Table 1 Original data table $A$

| | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|
| $x_0$ | 1 | 1.3 | 1.2 | 1.5 |
| $x_1$ | 1 | 1.4 | 1.3 | 1.6 |
| $x_2$ | 1 | 1.2 | 1.3 | 1.4 |

取 $\zeta = 0.5$ 计算得 $x_i(i=1,2)$ 对 $x_0$ 在 $k$ 时刻的关联系数分别为

$$\xi_1(1) = 1, \quad \xi_1(2) = 0.333,$$
$$\xi_1(3) = 0.333, \quad \xi_1(4) = 0.333;$$
$$\xi_2(1) = 1, \quad \xi_2(2) = 0.333,$$
$$\xi_2(3) = 0.333, \quad \xi_2(4) = 0.333.$$

$x_i(i=1,2)$ 对 $x_0$ 的关联度分别为

$$r_1 = 0.5, r_2 = 0.5$$

取 $\zeta = 0.5$ 计算得 $x_i(i=1,2)$ 对 $x_0$ 在 $k$ 时刻的 1—AGO 型关联系数为

$$AGO\xi_1(1) = 1, \quad AGO\xi_1(2) = 0.6,$$
$$AGO\xi_1(3) = 0.429, AGO\xi_1(4) = 0.333;$$
$$AGO\xi_2(1) = 1, \quad AGO\xi_2(2) = 0.6,$$
$$AGO\xi_2(3) = 1, \quad AGO\xi_2(4) = 0.6.$$

$x_i(i=1,2)$ 对 $x_0$ 的指数型关联度为

$AGO\gamma(x_0,x_1) = 0.591, AGO\gamma(x_0,x_2) = 0.8$; $AGO\gamma(x_0,x_1) < AGO\gamma(x_0,x_2)$

例 2 设有已初值化的 4 个数列如表 2[6].

表 2 原始数据表 $B$

Table 2 Original data table $B$

| $x_0$ | 1 | 1.1 | 2 | 2.25 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $x_1$ | 1 | 1.166 | 1.834 | 2 | 2.314 | 3 |
| $x_2$ | 1 | 1.125 | 1.075 | 1.375 | 1.625 | 1.75 |
| $x_3$ | 1 | 1 | 0.7 | 0.8 | 0.9 | 1.2 |

取 $\zeta = 0.5$ 计算得 $x_i(i=1,2,3)$ 对 $x_0$ 在 $k$ 时刻的关联系数分别为

$\xi_1(1)=1$, $\xi_1(2)=0.955$, $\xi_1(3)=0.894$,
$\xi_1(4)=0.848$, $\xi_1(5)=0.679$, $\xi_1(6)=0.583$;
$\xi_2(1)=1$, $\xi_2(2)=0.982$, $\xi_2(3)=0.602$,
$\xi_2(4)=0.645$, $\xi_2(5)=0.797$, $\xi_2(6)=0.383$;
$\xi_3(1)=1$, $\xi_3(2)=0.933$, $\xi_3(3)=0.52$,
$\xi_3(4)=0.49$, $\xi_3(5)=0.4$, $\xi_3(6)=0.34$;

$x_i(i=1,2,3)$对$x_0$的关联度分别为

$r_1=0.827, r_2=0.73, r_3=0.613; r_1>r_2>r_3$.

取$\zeta=0.5$计算得$x_1(i=1,2,3)$对$x_0$在$k$时刻的$AGO$型关联系数为

$$AGO\xi_1(1)=1,\quad AGO\xi_1(2)=0.983,$$
$$AGO\xi_1(3)=0.975, AGO\xi_1(4)=0.963,$$
$$AGO\xi_1(5)=0.789, AGO\xi_1(6)=0.656;$$
$$AGO\xi_2(1)=1,\quad AGO\xi_2(2)=0.994,$$
$$AGO\xi_2(3)=0.812, AGO\xi_2(4)=0.711,$$
$$AGO\xi_2(5)=0.552, AGO\xi_2(6)=0.418;$$
$$AGO\xi_3(1)=1,\quad AGO\xi_3(2)=0.975,$$
$$AGO\xi_3(3)=0.735, AGO\xi_3(4)=0.594,$$
$$AGO\xi_3(5)=0.438, AGO\xi_3(6)=0.333;$$

$x_i(i=1,2,3)$对$x_0$的$AGO$关联度分别为

$$AGO\gamma(x_0,x_1)=0.894, AGO\gamma(x_0,x_2)=0.747,$$
$$AGO\gamma(x_0,x_3)=0.679;$$
$$AGO\gamma(x_0,x_1)>AGO\gamma(x_0,x_2)>AGO\gamma(x_0,x_3)$$

## 5 结 语

1—$AGO$型关联分析模型对动态过程发展态势进行量化比较分析时较一般关联分析模型更精确、更科学、更合理,具有更高的分辨率,克服了一般关联分析模型不考虑数据波动方向对关联度的影响的不足,因此1—$AGO$型关联分析模型具有更广泛的应用性.

参考文献:


[1] Deng Ju-long. The Control Problems of Grey Systems [J]. Systems & Control Letters, 1982(5):288-294.

[2] 邓聚龙.灰色系统(社会·经济)[M].北京:国防工业出版社,1985.

[3] 邓聚龙.灰色系统与农业区划[J].农业资源与区划,1984(4):1-12.

[4] 邓聚龙.棉蚜虫生物防治灰色模型[J].大自然探索,1984(3):44-49.

[5] 杨建华,高永东.灰关联度在边坡稳定性分析中的应用[J].武汉化工学院学报,1999,21(2):49-51.

[6] 邓聚龙.灰色系统基本方法[M].武汉:华中理工大学出版社,1987:17-28.

[7] 邓聚龙.灰理论基础[M].武汉:华中科技大学出版社,2002:135-150.

[8] 杨建华.指数型灰关联分析模型[J].武汉工程大学学报,2010,32(5):108-110.


# 1—*AGO* Grey relational analysis model


***YANG Jian-hua***

(School of Science, Wuhan Institute of Technology; Hubei Province Key Laboratory of Intelligeot Robot, Wuhan Intitute of Technology, Wuhan 430074, China)



**Abstract**: This paper presents the 1—*AGO* grey relational coefficient and the 1—*AGO* grey relational degree by improving the grey relational coefficient and the grey relational degree in the grey relational analysis, and the characteristics are discussed also. Moreover, the 1—*AGO* grey relational analysis model, which is more rational and scientific, is established.



**Key words**: grey relational coefficient; grey relational degree; 1—*AGO* grey relational coefficient; 1—*AGO* grey relational degree

本文编辑:龚晓宁