

无限长载流柱面磁场的空间分布

熊 伦

(武汉工程大学理学院,湖北 武汉 430074)

摘 要:由面电流在空间某点的磁场公式出发,利用场强叠加原理,计算出截面为任意多边形的无限长载流柱面在空间任意点的磁场分布,并且运用这种方法求出了截面为菱形的无限长载流柱面空间磁场分布的普遍表达式.

关键词:面电流;场强叠加原理;空间磁场分布

中图分类号:O441 **文献标识码:**A **doi:**10.3969/j.issn.1674-2869.2011.11.022

0 引 言

稳恒磁场的一个基本问题就是计算载流导体的空间磁场的分布,在工科《大学物理》的电磁学部分的教学,主要着重讨论的是关于轴对称无限长的载流体的空间磁场分布.其求解方法是根据轴对称性,利用安培环路定理进行求解.对于有限长的载流线圈的空间磁场主要利用毕奥-萨伐尔定理求解^[1].对于其他形状的线电流磁场的分布,圆形和多边形载流线圈研究得也比较多^[2-6].而对于面电流磁场分布的问题则研究得较少^[7].本文根据面电流在空间某点的磁场公式和场强叠加原理,给出了在直角坐标系下,截面为任意多边形的载流柱面在空间任意点的磁场分布的计算方法,并且运用这种方法求出了截面为菱形的无限长载流柱面空间磁场分布的普遍表达式.该计算结果对于工程设计与建造都有具体的指导意义.

1 面电流在空间某点磁场的计算公式

如图 1 所示,一个宽度为 d 的无限长平面上载有均匀分布的电流,电流密度为 j .从 P 点作一个平面与该平面垂直,两平面交线 AB 的长度即为该面电流的宽度 d , P 点到 A 、 B 两点的距离为 r_1 和 r_2 , r_1 和 r_2 之间的夹角为 β .

根据文献[7]的计算结果,当 P 点位于平面右侧时,整个载流平面在 P 点的磁感应强度为

$$B_{//}=\frac{\mu_0 j}{2\pi}\beta$$

(1)

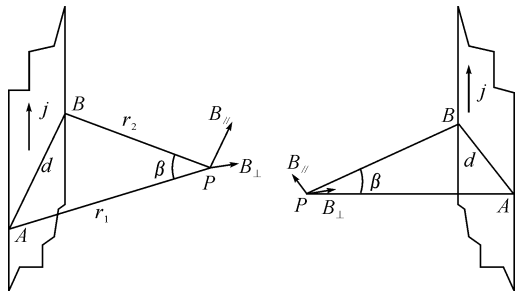


图 1 面电流磁场的分布
Fig. 1 Distribution of magnetic field generated by surface electric current

$$B_{\perp}=\frac{\mu_0 j}{2\pi}\ln\frac{r_2}{r_1}$$

(2)

当 P 点位于面电流左侧时,整个载流平面在 P 点的磁感应强度为:

$$B_{//}=-\frac{\mu_0 j}{2\pi}\beta$$

(3)

$$B_{\perp}=\frac{\mu_0 j}{2\pi}\ln\frac{r_2}{r_1}$$

(4)

2 面电流磁场在直角坐标系中的一般表达式

如果只要求单个面电流的磁场分布,根据式(1)~(4)即可求得.但如果需要求的磁场分布是由多个面电流组成的柱面电流所产生的,由于每个面的方向各不相同,在求空间某点 P 处的总磁感应强度时,有必要先求出面电流磁场在直角坐标系中的一般表达式.

如图 2 所示,设图 1 中的 P 、 A 和 B 三点所在的平面为 xoy 平面,电流沿 z 轴方向,三点在 xoy 平面上的坐标分别为 $P(x,y)$ 、 $A(x_1,y_1)$ 和 $B(x_2,y_2)$.

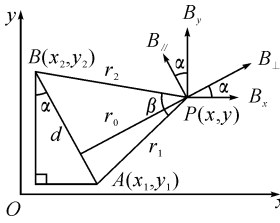


图 2 面电流磁场在直角坐标系中的分布

Fig. 2 Distribution of magnetic field generated by surface electric current in the xoy plane

$y_2)$. AB 线和 y 轴的夹角为 α . 由几何关系可得, B_{\perp} 和 x 轴以及 B_{\parallel} 和 y 轴之间的夹角也为 α . 面电流磁场在直角坐标系中的分量为

$$B_x = B_{\perp} \cos\alpha - B_{\parallel} \sin\alpha \quad (5)$$

$$B_y = B_{\perp} \sin\alpha + B_{\parallel} \cos\alpha \quad (6)$$

由几何关系可得

$$\sin\alpha = \frac{x_1 - x_2}{d}$$
$$\cos\alpha = -\frac{y_1 - y_2}{d}$$

将式(1)到(4)代入式(5)和式(6)得:

$$B_x = -\frac{\mu_0 j}{2\pi d} \left[\frac{(x-x_1)(y_2-y_1)-(x_2-x_1)(y-y_1)}{|(x-x_1)(y_2-y_1)-(x_2-x_1)(y-y_1)|} \times (x_1-x_2)\beta + (y_1-y_2)\ln\frac{r_2}{r_1} \right] \quad (7)$$

$$B_y = \frac{\mu_0 j}{2\pi d} \left[(x_1 - x_2) \ln \frac{r_2}{r_1} - \frac{(x-x_1)(y_2-y_1)-(x_2-x_1)(y-y_1)}{|(x-x_1)(y_2-y_1)-(x_2-x_1)(y-y_1)|} (y_1-y_2)\beta \right] \quad (8)$$

式(8)中 r_1 、 r_2 和 d 分别为

$$r_1 = \sqrt{(x-x_1)^2 + (y-y_1)^2} \quad (9)$$

$$r_2 = \sqrt{(x-x_2)^2 + (y-y_2)^2} \quad (10)$$

$$d = \sqrt{(x_2-x_1)^2 + (y_2-y_1)^2} \quad (11)$$

根据三角形的余弦定理,

$$\cos\beta = \frac{r_1^2 + r_2^2 - d^2}{2r_1 r_2}$$

因而可以求出 β 为

$$\beta = \cos^{-1} \frac{x(x-x_1-x_2)+x_1x_2+y(y-y_1-y_2)+y_1y_2}{\sqrt{[(x-x_1)^2+(y-y_1)^2] \times [(x-x_2)^2+(y-y_2)^2]}} \quad (12)$$

对于截面为任意多边形的柱面电流空间磁场的分布,根据上述式(7)~(12),可以求出其中任一面在空间某点 P 处产生的磁感应强度后,根据场强叠加原理,就可以求出整个柱面在空间的磁场分布.下面以截面为菱形的载流柱面为例,按照以上方法求出空间的磁场分布.

$$B_x = -\frac{\mu_0 j}{2\pi \sqrt{a^2+b^2}} \left[\frac{b(x-a)+ay}{|b(x-a)+ay|} \arccos^{-1} \times \frac{x(x-a)+y(y-b)}{\sqrt{[(x-a)^2+y^2] \times [x^2+(y-b)^2]}} - b \ln \frac{\sqrt{x^2+(y-b)^2}}{\sqrt{(x-a)^2+y^2}} \right] - \frac{\mu_0 j}{2\pi \sqrt{a^2+b^2}} \times \left[\frac{-bx+a(y-b)}{|-bx+a(y-b)|} \arccos^{-1} \times \frac{x(x+a)+y(y-b)}{\sqrt{[x^2+(y-b)^2] \times [(x+a)^2+y^2]}} + b \ln \frac{\sqrt{(x+a)^2+y^2}}{\sqrt{x^2+(y-b)^2}} \right] - \frac{\mu_0 j}{2\pi \sqrt{a^2+b^2}} \times \left[\frac{b(x+a)+ay}{|b(x+a)+ay|} \arccos^{-1} \times \frac{x(x+a)+y(y+b)}{\sqrt{[(x+a)^2+y^2] \times [x^2+(y+b)^2]}} + b \ln \frac{\sqrt{x^2+(y+b)^2}}{\sqrt{(x+a)^2+y^2}} \right] - \frac{\mu_0 j}{2\pi \sqrt{a^2+b^2}} \left[\frac{bx-a(y+b)}{|bx-a(y+b)|} \arccos^{-1} \times \frac{x(x-a)+y(y+b)}{\sqrt{[x^2+(y+b)^2] \times [(x-a)^2+y^2]}} - b \ln \frac{\sqrt{(x-a)^2+y^2}}{\sqrt{x^2+(y+b)^2}} \right] \quad (13)$$

$$B_y = \frac{\mu_0 j}{2\pi \sqrt{a^2+b^2}} \left[a \ln \frac{\sqrt{x^2+(y-b)^2}}{\sqrt{(x-a)^2+y^2}} + \frac{b(x-a)+ay}{|b(x-a)+ay|} \times b \cos^{-1} \times \frac{x(x-a)+y(y-b)}{\sqrt{[(x-a)^2+y^2] \times [x^2+(y-b)^2]}} \right] + \frac{\mu_0 j}{2\pi \sqrt{a^2+b^2}} \left[a \ln \frac{\sqrt{(x+a)^2+y^2}}{\sqrt{x^2+(y-b)^2}} - \frac{-bx+a(y-b)}{|-bx+a(y-b)|} \times b \cos^{-1} \times \frac{x(x+a)+y(y-b)}{\sqrt{[x^2+(y-b)^2] \times [(x+a)^2+y^2]}} \right] + \frac{\mu_0 j}{2\pi \sqrt{a^2+b^2}} \left[-a \ln \frac{\sqrt{x^2+(y+b)^2}}{\sqrt{(x+a)^2+y^2}} + \frac{b(x+a)+ay}{|b(x+a)+ay|} \times b \cos^{-1} \times \frac{x(x+a)+y(y+b)}{\sqrt{[(x+a)^2+y^2] \times [x^2+(y+b)^2]}} \right] + \frac{\mu_0 j}{2\pi \sqrt{a^2+b^2}} \left[-a \ln \frac{\sqrt{(x-a)^2+y^2}}{\sqrt{x^2+(y+b)^2}} - \frac{bx-a(y+b)}{|bx-a(y+b)|} \times b \cos^{-1} \times \frac{x(x-a)+y(y+b)}{\sqrt{[x^2+(y+b)^2] \times [(x-a)^2+y^2]}} \right] \quad (14)$$

3 截面为菱形的无限长载流柱面磁场的空间分布

如图 3 所示,设有一个无限长载流柱面与 xoy 平面的交线为菱形 $ABCD$,该菱形各顶点坐标分别为 $A(a,0)$ 、 $B(0,b)$ 、 $C(-a,0)$ 、 $D(0,-b)$. 根据式(7)~(12)分别求出 AB 、 BC 、 CD 和 DA 四条边在空间某点 $P(x,y)$ 产生的磁感应强度,再根据场强叠加原理可以求出载流柱面在 P 点的磁场分布.

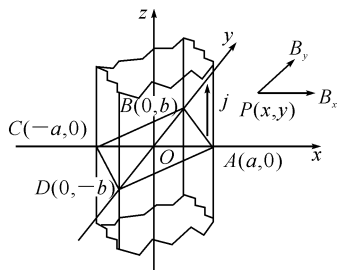


图 3 无限长载流柱面磁场的分布

Fig. 3 Distribution of magnetic field generated by infinite cylinder electric current

4 讨 论

以上分析结果是在直角坐标系下推导而得到的,这种方法具有一般性.对于截面为任意多边形的无限长载流柱面磁场的分布,只要知道其截面上各顶点在 xoy 平面上的坐标,将式(7)代入到式(12)中再求代数和即可得到该载流柱面在空间任意点的磁场分布.这种计算方法含参量少、计算量小、容易得到正确结果.该结论应用于电机设计与制造、电磁测量仪器的设计与制造,

受控核聚变装置的设计与搭建等都提供理论指导依据^[8].

参考文献:

[1] 胡亚联,吴锋.大学物理学(上册)[M].北京:科学出版社,2010.

[2] 朱平.圆电流空间磁场分布[J].大学物理,2005,24(9):13-17.

[3] 刘耀康.导出圆电流的磁感应强度的简便方法[J].大学物理,2007,26(7):32-33.

[4] 岑敏锐.任意多边形平面载流线圈磁场的空间分布[J].武汉工程大学学报,2010,32(1):104-106.

[5] 李海,张玉颖.圆形线电流的磁感应强度[J].大学物理,1999,18(6):20-22.

[6] 余城,周金华.载流长直螺线管和螺绕环的磁场对称性分析[J].武汉工程大学学报,2010,32(5):106-107.

[7] 熊伦.截面为矩形的无限长载流柱面磁场的空间分布[J].广西物理,2011,32(3):25-27.

[8] 王龙,江朴.圆环面电流磁场的近轴近似[J].核聚变与等离子物,1989,9(3):142-148.

Spatial distribution of magnetic field generated by cylinder electric current

XIONG Lun

(School of Science, Wuhan Institute of Technology, Wuhan 430074, China)

Abstract: According to the magnetic field formula of surface electric current and superposition principle of field intensity, that was introduced a method to calculate the spatial distribution of magnetic field generated by infinite cylinder electric current with polygonal cross section. Then the general expression of magnetic field generated by infinite cylinder electric current with rhombic cross section is derived by using this method.

Key words: surface electric current; superposition principle of field intensity; spatial distribution of magnetic field

本文编辑:陈小平