

# 激光等离子体羽辉膨胀的流体动力学模型及数值模拟

吴 涛<sup>1\*</sup>, 王世芳<sup>2</sup>

(1. 武汉工程大学理学院, 湖北 武汉 430074; 2. 湖北第二师范学院物理与电子信息学院, 湖北 武汉 430205)

**摘 要:** 基于流体动力学方程组, 假定激光烧蚀固体靶材所形成对称膨胀的等离子体羽辉处于定态, 将偏微分方程组简化为一组常微分方程, 并对方程组进行归一化处理, 采用牛顿迭代法进行数值求解, 得到了定态膨胀的激光诱导等离子体羽辉的电子温度、膨胀速度和密度空间分布的基本规律, 数值求解结果与实验观测现象是相一致的. 通过物理量的归一化处理, 该理论模型将激光等离子体羽辉膨胀的过程标准化, 方便和实验数据的对比分析, 有助于理解激光等离子体羽辉膨胀的动力学过程.

**关键词:** 激光等离子体; 羽辉膨胀; 牛顿迭代法

**中图分类号:** O53 **文献标识码:** A **doi:** 10.3969/j.issn.1674-2869.2011.11.024

## 0 引 言

激光烧蚀固体靶形成的等离子体羽辉的膨胀特性在脉冲激光沉积薄膜制备<sup>[1]</sup>、激光等离子体波导<sup>[2]</sup>、极紫外光刻机光源等离子体碎屑抑制<sup>[3]</sup>和等离子体光谱<sup>[4]</sup>等方面有着重要的应用. 一般情况下, 激光烧蚀形成的等离子体羽辉的空间分布是随时间变化的, 对羽辉的时空演化规律主要采用粒子模拟<sup>[5]</sup>和流体动力学模拟<sup>[6]</sup>的方法, 数值求解过程都较为复杂. 本文从流体动力学方程组出发, 假设烧蚀形成的等离子体羽辉的空间分布不随时间变化, 将偏微分方程组简化为常微分方程组, 最后数值求解得到了稳态烧蚀的激光等离子体羽辉的温度、速度和密度的空间分布规律, 数值计算得出的规律与实验观测结果吻合的较好.

## 1 理论模型

当高强度激光辐照固体靶材表面时, 表面形成的高温高密的等离子体羽辉会迅速向外膨胀. 为了描述激光烧蚀形成的等离子体, 考虑到等离子体的德拜长度  $\lambda_D = 6.9 \sqrt{T/N_e}$  cm, 其中  $T$  是以  $K$  为单位的等离子体电子温度,  $N_e$  是以  $\text{cm}^{-3}$  为单位的等离子体电子数密度<sup>[7]</sup>. 对于  $\text{CO}_2$  激光诱导产生的等离子体, 如果电子温度  $T = 10^5$  K, 临界电子密度  $N_e = 10^{19} \text{ cm}^{-3}$ , 计算出德拜长度为 nm 量级. 我们所研究的激光等离子体系统的特征尺

寸一般在 mm 量级, 远大于等离子体的德拜长度, 因此等离子体整体显示出电中性, 并且可以忽略等离子体的微观运动行为而只需考虑等离子体的集体行为, 也就是说, 可以采用流体力学描述替代粒子描述. 在欧拉描述下, 可压缩流体动力学的方程为<sup>[8]</sup>

$$\rho(\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} + \nabla P + \rho \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = 0 \quad (1)$$

$$\nabla \cdot \left( \frac{1}{2} v^2 + \epsilon \right) \vec{v} - \nabla \cdot (\beta \nabla T) + \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{1}{2} v^2 + \epsilon \right) = 0 \quad (2)$$

$$\nabla \cdot (\rho \vec{v}) + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad (3)$$

其中  $\rho$  是等离子体质量密度,  $\vec{v}$  是等离子体流体速度,  $P$  是等离子体压强,  $\epsilon$  是等离子体热力学能,  $\beta$  是等离子体的热导率.

在激光等离子体中, 由于离子的热导率远小于电子的热导率, 离子的温度  $T_i$  远小于电子的温度  $T$ , 因此可以忽略离子的影响. 考虑到等离子体的平均电离度  $Z$  后, 等离子体的行为将主要由电子决定. 等离子体的热力学能可写为  $\epsilon = 3/2 N_e k_B T$ , 将热力学能的表达式代入(2)式, 联立(1)式, 能量守恒方程可以改写为

$$(\vec{v} \cdot \nabla) T + \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{2}{3} \left[ T(\nabla \cdot \vec{v}) - \frac{\beta}{N_e} \nabla \cdot (T^{2.5} \nabla T) \right] = 0 \quad (4)$$

考虑烧蚀的激光等离子体羽辉处于稳态, 即:

各物理量的空间分布不随时间变化,并假设等离子体的平均电离度  $Z$  也不随时间变化,羽辉可以看作理想气体,将  $\rho=N_e m_i/Z, P=N_e k_B T$  代入动量守恒方程(1)式得到

$$m_i \vec{v} \cdot \nabla \left( \frac{1}{2} v^2 \right) + Z k_B [\nabla T \cdot \vec{v} - T (\nabla \cdot \vec{v})] = 0 \tag{5}$$

其中  $k_B$  为玻尔兹曼常数,  $m_i$  为等离子体中离子的质量. 假设激光能量主要在临界面附近被等离子体吸收,并且临界面的烧蚀速度由当地声速决定,即:  $v_0 = c_s = \sqrt{Z k_B T_0 / m_i}$ , 其中  $T_0$  为临界面的等离子体温度. 为了方便起见,令  $\tilde{u} = \frac{\vec{v}}{v_0}, \tau = \frac{T}{T_0}$ , 则(5)式可归一化为

$$\frac{1}{2} \tilde{u} \cdot \nabla (u^2) + \nabla \tau \cdot \tilde{u} - \tau (\nabla \cdot \tilde{u}) = 0 \tag{6}$$

令  $n = N_e / N_0, N_0$  为激光等离子体临界面电子密度,并考虑在稳态情况下,则(4)式可归一化为

$$n \tilde{u} \cdot \nabla \tau + \frac{2}{3} \left[ n \tau (\nabla \cdot \tilde{u}) - \left( \frac{T_0^{2.5}}{N_0 c_s} \right) \nabla \cdot (\beta \tau^{2.5} \nabla \tau) \right] = 0 \tag{7}$$

同理,在稳态假设下,式(3)可归一化为

$$\nabla \cdot (n \tilde{u}) = 0 \tag{8}$$

假设等离子体膨胀过程具有对称性,则三维的等离子体膨胀动力学方程组(6),(7)和(8)式可以写为

$$\frac{1}{2} u r^k \frac{d(u^2)}{dr} - \tau \frac{d(r^k u)}{dr} + u r^k \frac{d\tau}{dr} = 0 \tag{9}$$

$$n u \frac{d\tau}{dr} + \frac{2}{3 r^k} \left[ n \tau \frac{d(r^k u)}{dr} - \frac{\beta T_0^{2.5}}{N_0 c_s} \frac{d}{dr} \left( \tau^{2.5} \frac{d\tau}{dr} \right) \right] = 0 \tag{10}$$

$$\frac{d(r^k n u)}{dr} = 0 \tag{11}$$

其中  $k=0, 1$  和  $2$  分别对应于平面对称、柱对称和球对称的情况. 求解(9)式容易得到

$$r^k n u = r_0^k n_0 u_0 \tag{12}$$

这里我们假设  $r_0, n_0$  和  $u_0$  分别为临界面处的位置、密度和速度,则  $n_0 = u_0 = 1$ . 不失一般性,我们定义归一化的位置坐标  $\zeta = \ln \left( \frac{r}{r_0} \right)$ , 则  $\frac{d}{dr} = \frac{e^{-\zeta}}{r_0} \frac{d}{d\zeta}$ , 此时临界面的位置坐标就移到归一化位置坐标的原点. 采用归一化坐标描述,并且联立式(12),则(9)、(10)式可以化为

$$u \frac{du}{d\zeta} - \frac{\tau}{u} \frac{dv}{d\zeta} + \frac{d\tau}{d\zeta} - k\tau = 0 \tag{13}$$

$$\frac{d\tau}{d\zeta} + \frac{2}{3} \left[ \tau \left( k + \frac{1}{u} \frac{du}{d\zeta} \right) - C \frac{d}{d\zeta} \left( \tau^{2.5} e^{(k-1)\zeta} \frac{d\tau}{d\zeta} \right) \right] = 0 \tag{14}$$

其中  $C = \frac{\beta T_0^{2.5}}{N_0 r_0 v_0}$ , 非线性常微分方程组(13)、(14)的边界条件为  $u|_{\zeta=0} = \tau|_{\zeta=0} = 1, \tau|_{\zeta=\infty} = 0$ .

2 数值求解与讨论

下面数值求解非线性常微分方程组(13)、(14),方便起见,取常数  $C=1$ ,并对该方程组采用中心差分离散化后得到

$$\frac{1}{2h} \left[ (u_{i+1} + u_i) - \left( \frac{\tau_{i+1}}{u_{i+1}} + \frac{\tau_i}{u_i} \right) \right] (u_{i+1} - u_i) - \frac{k}{2} (\tau_{i+1} + \tau_i) + \frac{\tau_{i+1} - \tau_i}{h} = 0 \tag{15}$$

$$\frac{1}{h} (\tau_{i+1} - \tau_i) + \frac{1}{3} (\tau_{i+1} + \tau_i) \left[ k + \frac{1}{2h} \left( \frac{1}{u_{i+1}} + \frac{1}{u_i} \right) (u_{i+1} - u_i) \right] - \frac{1}{3} (e^{(k-1)\zeta_{i+1}} + e^{(k-1)\zeta_i}) \times \left[ \frac{k-1}{2h} (\tau_{i+1}^{2.5} + \tau_i^{2.5}) (\tau_{i+1} - \tau_i) \right] - \frac{1}{3} (e^{(k-1)\zeta_{i+1}} + e^{(k-1)\zeta_i}) \left[ \frac{1}{2h^2} (\tau_{i+1}^{2.5} + \tau_i^{2.5}) (\tau_{i+2} - \tau_{i+1} - \tau_i + \tau_{i-1}) \right] - \frac{1}{3} (e^{(k-1)\zeta_{i+1}} + e^{(k-1)\zeta_i}) \left[ \frac{5}{4h^2} (\tau_{i+1}^{1.5} + \tau_i^{1.5}) (\tau_{i+1} - \tau_i)^2 \right] = 0 \tag{16}$$

其中  $h$  为空间步长,  $\zeta_i = i \times h, u_i = u(\zeta_i)$  和  $\tau_i = \tau(\zeta_i), i=0, 1, 2, 3 \cdots$  取整数. 如上所述,边界条件为  $u_0 = \tau_0 = 1$ ,代数方程组(15)和(16)式的根即为微分方程的数值解,我们采用牛顿迭代法来求解该非线性差分方程组,这里需要给出  $u$  和  $\tau$  的初始值,而带状的雅克比矩阵的阶数由网格点的个数决定,可以采用高斯消去法求解,迭代的次数与初始值的设定有关,只要设定较合适的初始值,一般迭代五次就能满足精度要求. 考虑到激光等离子体的尺度特征,取  $r_0 = 20 \mu\text{m}, r = 3 \text{ mm}$ , 则  $0 < \zeta < 5$ ,步长  $h = 0.01$ ,即 500 个网格点. 利用计算机语言编写程序数值求解,图 1,图 2 和图 3 分别给出了激光等离子体羽辉温度和膨胀速度的数值求解结果,并与实验数据和其它的理论模型计算结果作了对比<sup>[9-11]</sup>.

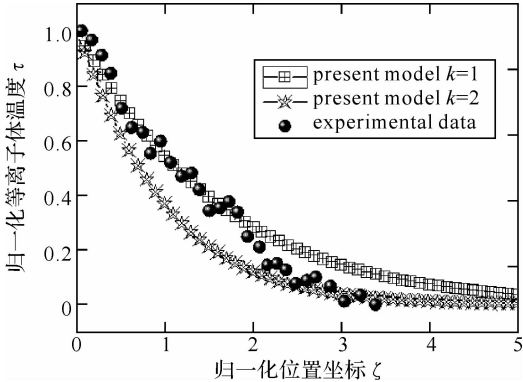


图 1 归一化等离子体温度  $\tau$  随归一化坐标  $\zeta$  的变化关系曲线

Fig. 1 Normalized plasma temperature  $\tau$  as a function of normalized position  $\zeta$

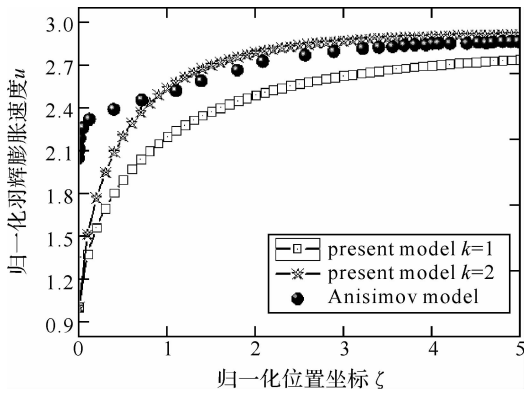


图 2 归一化等离子体膨胀速度  $u$  随归一化坐标  $\zeta$  的变化关系曲线

Fig. 2 Normalized plasma plume expansion velocity  $u$  as a function of normalized position  $\zeta$

值得指出的是,对于激光烧蚀平板靶材或者液滴靶材形成的等离子体羽辉的膨胀过程是介于柱对称和球对称之间的,对于平面对称  $k=0$  的情况,方程给出的是平凡解. 另外,考虑到(12)式及归一化坐标  $\zeta$  的定义,容易得到  $n(\zeta) = \frac{e^{-k\zeta}}{v(\zeta)}$ ,图 3 给出了归一化等离子体电子数密度随归一化坐标的变化规律.

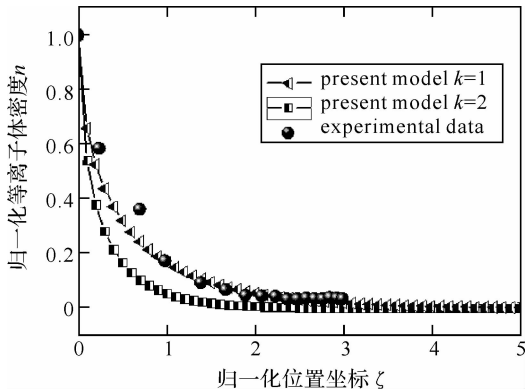


图 3 归一化等离子体密度  $n$  随归一化坐标  $\zeta$  的变化关系曲线

Fig. 3 Normalized plasma density  $n$  as a function of normalized position  $\zeta$

从图 1 可以看出,归一化的等离子体温度在临界面处最高,随着空间距离的增大而减小直至零,且随  $k$  值的增大减小的更快. 从图 2 可以看出,归一化的等离子体膨胀速度随距离的增大而增加,最后趋于一个稳定的渐进值. 从图 3 可以看出,归一化的等离子体电子数密度随距离的增大而减小直至趋于零. 实验结果和其它理论模型给出的计算结果也画在图中,结果表明:数值模拟得到的稳态烧蚀膨胀的等离子体羽辉的温度、速度和数密度的变化规律与文献[9-11]中实验测量结果及 Anisimov 的理论模型计算结果吻合的较好.

3 结 语

根据流体动力学的质量连续性、动量守恒和能量守恒这三个基本方程,建立了激光烧蚀靶材等离子体羽辉稳态膨胀的动力学模型,并根据烧蚀形成的等离子体的特征参量对方程组进行归一化处理,得到了一组非线性的常微分方程. 采用有限差分 and 牛顿迭代法,利用计算机语言编程对方程组进行数值求解,得到了激光等离子体羽辉的温度、速度和密度空间分布的一般规律,得到的数值结果与实验观测结论是一致的. 通过物理量的归一化处理,该理论模型将激光等离子体羽辉膨胀的过程标准化,方便和实验数据的对比分析,有助于理解激光等离子体羽辉膨胀的动力学过程.

参考文献:

[1] 张端明,李智华,钟志城,等. 脉冲激光沉积动力学原理[M]. 北京:科学出版社,2011.

[2] 吴涛,王新兵,左都罗,等. 高能脉冲 CO<sub>2</sub> 激光等离子体波导的研究[J]. 武汉工程大学学报,2009,31(12): 32-35.

[3] Wu T, Wang X B. Lifetime calculation on collector optics from laser plasma extreme ultraviolet sources with minimum mass[J]. Chin Phys Lett, 2011, 28 (5):055201.

[4] 吴涛,王新兵,唐建,等. 缓冲气压对 CO<sub>2</sub> 激光 Al 靶等离子体参数的影响[J]. 激光技术, 2011, 35(6): 800-803.

[5] Meige A, Boswell R, Christine C, et al. One-dimensional particle-in-cell simulation of a current-free double layer in an expanding plasma[J]. Phys Plasmas, 2005, 12:052317.

[6] London R A, Rosen M D. Hydrodynamics of exploding foil x-ray lasers[J]. Phys Fluids, 1986, 29(11): 3813-3822.

[7] Eliezer S. The Interaction of High-power Lasers with Plasmas[M]. UK: Bristol press, 2002.

[8] Zeldovich Y B, Raizer Y P. Physics of Shock Waves and High Temperature Hydrodynamics Phenomena [M]. New York: Academic press, 2002.

[9] Luna H, Dardis J, Doria D, et al. Analysis of time-resolved laser plasma ablation using an imaging spectra technique[J]. Brazilian Journal of Physics, 2007, 37(4):1301-1305.

[10] Doggett B, Lunney J G. Expansion dynamics of laser produced plasma[J]. J Appl Phys, 2011, 109:093304.

[11] Harilal S S, O'Shay B, Tillack M S, et al. Spectroscopic characterization of laser-induced tin plasma[J]. J Appl Phys, 2005, 98:013306.

# Analytical hydrodynamic model of laser induced plasma plume expansion and simulation

WU Tao<sup>1</sup>, WANG Shi-fang<sup>2</sup>

(1. School of Science, Wuhan Institute of Technology, Wuhan 430074, China;

2. School of Physics and Electronic Information, Hubei University of Education, Wuhan 430205, China)

**Abstract:** This paper was based on the hydrodynamic equations and steady state assumptions of the laser induced plasma plume. The partial difference equations were simplified into a set of ordinary equations which could be normalized by the characteristic parameters. The profiles of density, temperature, and velocity of the steady state laser induced plasma plume were obtained by using the Newton iteration numerical method. The simulation results had a fair agreement with the experimental data. The process of the laser produced plasma expansion was standardized by the normalized physical quantity. These results provide useful guides to understand the properties of the laser produced plasma plume by comparing of the experimental data.

**Key words:** laser produced plasma; plasma plume expansion; Newton iteration

本文编辑: 龚晓宁



(上接第 94 页)

# Environment impact assessment on electromagnetic of 110 kV power transmission lines

ZHOU De-hong

(School of Environment and Civil Engineering, Wuhan Institute of Technology, Wuhan 430074, China)

**Abstract:** The electromagnetism of running power transmission lines has a certain impact on the environment. It has been the key issues how to predict the environment impact of electromagnetism. The main impact of the running power transmission lines engineering is frequency magnetic fields, electric fields and radio frequency interference. The paper analyzes the computing model about the frequency electric fields, magnetic fields and radio frequency interference of the 110 kV power transmission lines, and takes an example for the actual lines project, assesses the impact on environment for the single-circuit transmission line 1B-ZM1 and 1B-ZM2 type tower poles, analyzes the scope and extent on environment impact.

**Key words:** environment impact assessment; electromagnetism; power transmission line

本文编辑: 龚晓宁