

# 面向齿轮箱故障诊断的序贯概率比检验理论和方法

尚云飞,陈汉新,孙 魁

(武汉工程大学机电工程学院,湖北 武汉,430205)

**摘 要:**提出了一种基于序贯概率比检验的齿轮裂纹故障诊断方法,并选用了无裂纹和有裂纹的齿轮模拟故障模式.实验中提取的振动信号夹杂着噪声等干扰,运用具有良好去噪效果的小波包方法对齿轮箱振动信号进行预处理.采用时域分析法提取预处理后信号的特征值,提取对冲击性振动非常敏感的峭度值作为特征值.将序贯概率比检验算法应用于齿轮箱故障模式的检验和识别.为了验证所提出方法的诊断能力,本文选用均方根误差的方法来验证同种故障之间,以及不同种类故障之间的识别误差,结果表明了所提出的方法是有效且强大的.

**关键词:**序贯概率比检验;齿轮箱;小波包变换;故障诊断

**中图分类号:**TH165<sup>+</sup>.3

**文献标识码:**A

**doi:**10.3969/j.issn.1674-2869.2011.12.016

## 0 引 言

随着现代化生产的发展,生产设备日益大型化、自动化和高效化,对机械传动过程中的齿轮箱的要求也越来越高.齿轮箱的工作状态直接影响生产设备的运行,为了保证机械设备的良好的工作状态,在工作过程中少出现故障,对齿轮箱的故障诊断已逐渐得到人们的重视.

1947 年, Wald<sup>[1]</sup> 提出了序贯概率比检验算法.该算法基于两种假设:(1)样本要满足独立同分布;(2)样本的先验分布要已知,如满足正态分布等<sup>[2]</sup>.序贯概率比检验算法应用于齿轮箱的故障诊断与传统的故障诊断方法不同的是,不需要预先设定检验样本的数量,而是将序贯概率比检验后的值与预先设定的阈值进行比较,从而判断设备的运行状态<sup>[3]</sup>.

在齿轮故障诊断实验中,选用齿轮裂纹来模拟齿轮故障.实验中得到的信号会夹杂着噪声等干扰,影响了信号的稳定性.首先,采用小波包降噪的方法对信号进行预处理,以得到稳定的振动信号.再运用时域分析法提取信号的特征值,最后对信号进行序贯概率比检验.为了验证序贯概率比检验算法用于齿轮箱故障诊断的诊断能力,选用均方根误差的方法来验证该方法的有效性.

## 1 序贯概率比检验原理

Chenggang 等在文献[2]中对序贯概率比检

验算法做了具体描述.其基本原理可总结为:设  $x_1, x_2, \dots$  为一组满足独立同分布的随机变量序列.每个  $x_i$  表示样本群  $\{x_i\}$  的一个观测数据,当  $\{x_i\}$  为离散型随机变量时,其条件概率分布可表示为  $f(\frac{x}{\theta})$ , 样本群  $\{x_i\}$  的分布依赖参数  $\theta$ .

对于一个二元序贯概率比检验,零假设和被择假设分别表示为  $H_0: \theta = \theta_0$  和  $H_1: \theta = \theta_1$ . 它们的联合分布密度函数为

$$f_j(x) = p(X_1, \dots, X_n / H_j) = \prod_{i=1}^n f(\frac{x_i}{\theta_j}) \quad (1)$$

其中,  $j=0, 1$ . 序贯概率比检验的似然比  $\lambda$  为

$$\lambda_n(x) = \lambda_n(x_1, \dots, x_n) =$$

$$\frac{p(X_1, \dots, X_n / H_1)}{p(X_1, \dots, X_n / H_0)} = \frac{\prod_{i=1}^n f_1(x_i / \theta_1)}{\prod_{i=1}^n f_0(x_i / \theta_0)} \quad (2)$$

假设  $x_1$  是采样得到的第一个观测数据值,将其带入公式(2)中计算似然比,记为  $\lambda_1(x_1)$ . 按预先设定的阈值对两种故障模式进行识别.如果似然比满足  $\lambda_1(x_1) < B$ , 停止检验,并接受零假设  $H_0$ , 拒绝备择假设  $H_1$ ; 如果似然比满足  $\lambda_1(x_1) > A$ , 接受备择假设  $H_1$ , 拒绝零假设  $H_0$ ; 如果似然比为  $B \leq \lambda_1(x_1) \leq A$ , 就继续提取第二个观测值并计算  $\lambda_2(x_1, x_2)$  继续检验,直到满足停止检验的阈值要求为止.这个假设检验的全过程称为序贯概率比检验.

收稿日期:2011-10-31

基金项目:国家自然科学基金(21075096);湖北省教育厅科研计划(重点项目 D200515003)

作者简介:尚云飞(1986-),女,辽宁昌图人,硕士研究生.研究方向:机械设备故障诊断与信号处理.

指导老师:陈汉新,男,教授,博士,博士研究生导师.研究方向:机械故障诊断及监控、化工石油管道的无损检测.

根据假设检验中犯第一类错误的概率  $\alpha$  与犯第二类错误的概率  $\beta$  确定阈值  $A$  和  $B$  ( $A > B$ ). 检验中的阈值  $A, B$  与  $\alpha, \beta$  的关系满足如下式子:

$$A = \frac{1-\beta}{\alpha} \quad (3)$$

$$B = \frac{\beta}{1-\alpha} \quad (4)$$

## 2 齿轮箱故障诊断实验

为了验证序贯概率比检验对齿轮裂纹的故障诊断的可行性, 实验中模拟正常状况 F1 和故障状况 F2 两种故障模式. 正常状况 F1 表示齿轮无裂纹, 故障状况 F2 表示为有裂纹的齿轮. F2 表示裂纹为全深度和全宽度的  $\frac{1}{4}$ . 其中, 裂纹全深度  $a=2.4$  mm 为弦齿厚的一半, 裂纹全宽度  $b=25$  mm. 裂纹的厚度均为 0.4 mm, 所定义两种故障模式如表 1 所示.

表 1 两种故障模式

Table 1 Two fault modes mm

故障模式	裂纹参数		
	深度	宽度	厚度
F1	0	0	0
F2	$\frac{1}{4a}$	$\frac{1}{4b}$	0.4

如图 1 所示的齿轮箱工作结构图, 振动是由齿轮 3 与齿轮 4 之间的冲击力产生的, 实验中选取齿轮 3 来模拟故障模式.

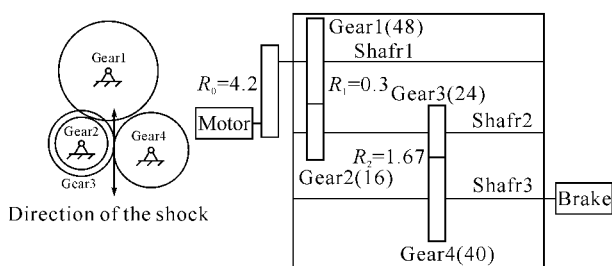


图 1 齿轮箱工作结构图

Fig. 1 The diagram of gearbox working structure

将两个加速度传感器分别安装在齿轮箱的水平垂直方向, 采用动态模拟器来采集齿轮箱振动信号. 本文只对安装在水平方向上的传感器所测得的振动信号进行分析. 将正常状况下得到的振动信号记为 S1, 故障状况下得到的振动信号记为 S2.

## 3 齿轮裂纹的序贯概率比检验

### 3.1 小波包降噪

小波包变换通过对信号的低频部分和频部分的同时分解来提高时频分辨率. 将实验信号进行 3 层小波包分解, 就可以得到 8 个正交频带的振动

信号, 再对信号进行重构<sup>[4]</sup>. 这可以对信号处理得更细致、准确. 得到适合序贯概率比检验的平稳信号.

### 3.2 特征参数提取

特征参数可以反映振动信号的特征信息, 从原始振动信号中提取相关的特征参数, 将其预处理后作为序贯概率比检验的检验参数<sup>[5-8]</sup>. 实验中的离散待检信号  $x_i = [x_1, x_2, \dots, x_N]$ ,  $N=8192$ , 每组取 1024 个检验点, 这样就可以得到 7169 组检验数据. 几个特征参数按下面公式计算:

均值:

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i \quad (5)$$

峭度值:

$$k = N \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^4}{\left( \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 \right)^2} \quad (6)$$

峭度值的所有取值作为序贯概率比检验的检验参数, 表示为  $k_i = [k_1, \dots, k_n]$ , 其均值和标准差为:

均值:

$$\mu = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n k_i \quad (7)$$

标准差:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (k_i - \bar{k})^2} \quad (8)$$

### 3.3 齿轮裂纹的序贯概率比检验

由序贯概率比检验的基本原理可知, 待检验序列的均值和方差对似然比有较大的影响. 经过预处理后, 几组检验参数的序列基本满足高斯分布. 在正常状况下, 该信号序列满足零假设  $H_0: \mu = \mu_0$ ; 在故障状况下, 该信号序列满足被择假设  $H_1: \mu = \mu_1$ . 标准差  $\sigma$  不变, 均值变化, 在零假设和备择假设均成立的条件下, 该序列的联合概率密度分别表示为:

$$p_{0i} = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2} (k_i - \mu_0)^2\right) \quad (9)$$

$$p_{1i} = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma^2} (k_i - \mu_1)^2\right) \quad (10)$$

式(10)中,  $p_{0i}$  和  $p_{1i}$  分别为零假设和备择假设条件下的概率密度函数. 序贯概率比检验的似然比为

$$\lambda_i = \frac{\prod_{i=1}^n P_{1i}}{\prod_{i=1}^n P_{0i}} = \frac{P_{11}(k_1) * P_{12}(k_2) * \dots * P_{1i}(k_i) * \frac{P_1}{P_0}}{P_{01}(k_1) * P_{02}(k_2) * \dots * P_{0i}(k_i) * \frac{P_1}{P_0}} \quad (11)$$

式(11)中,  $P_0$  和  $P_1$  分别为零假设和备择假设条件下的先验概率。

在实际应用中,为了计算方便且准确,公式(11)可以转化为下面形式<sup>[9]</sup>:

$$\Delta = \ln \lambda_i = \ln \frac{\prod_{i=1}^n P_{1i}}{\prod_{i=1}^n P_{0i}} = \sum_{i=1}^n \ln \frac{P_{1i}}{P_{0i}} \quad (12)$$

此时,阈值  $a = \ln A, b = \ln B$ 。

如果似然比满足  $\Delta < b$ , 接受零假设  $H_0$ , 即为正常状况; 如果似然比满足  $\Delta > a$ , 接受备选假设  $H_1$ , 即为故障状况; 如果似然比满足  $b < \Delta < a$ , 这时不能判断是哪一种故障模式, 需要继续采样检验, 直到满足上述两种情况之一时停止。运用序贯概率比检验算法对齿轮裂纹进行故障诊断的流程如图 2 所示。

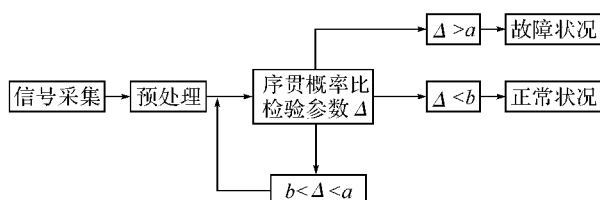


图 2 齿轮箱序贯概率比检验流程图

Fig. 2 The flowchart of gearbox sequential probability ratio test

### 3.4 误差分析

为了检验采用序贯概率比检验算法对齿轮裂纹进行故障诊断的诊断性能和可行性, 用均方根误差算法来评估其诊断能力。均方根误差定义为:

$$E = \left( \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_2(t) - x_1(t))^2 \right)^{1/2} \quad (13)$$

## 4 结果与分析

### 4.1 实验结果

对于正常状况和故障状况两种故障模式, 实验中共得到图 3 所示的 S1 和 S2 两组振动信号。

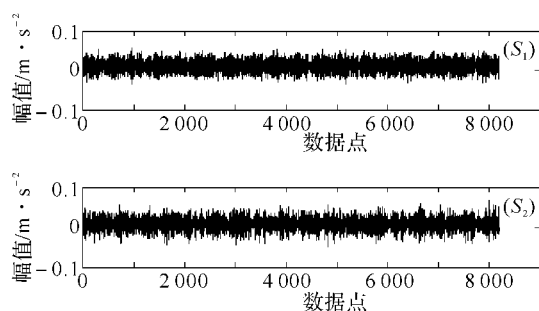


图 3 两组实验振动信号: (S1) 为正常状况; (S2) 为故障状况

Fig. 3 Two experimental vibration signals: (S1) is the normal condition; (S2) is the faulty condition

### 4.2 预处理结果

对实验信号进行小波包去噪处理, 得到稳定的信号, 如图 4 所示。

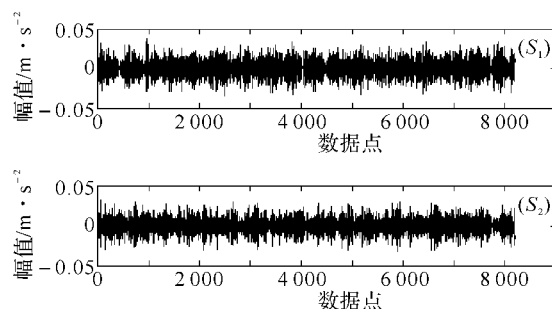


图 4 小波包去噪后的振动信号: (S1) 为正常状况; (S2) 为故障状况

Fig. 4 The signals after wavelet packet transform: (S1) is the normal condition; (S2) is the faulty condition

### 4.3 序贯概率比检验结果分析

峭度值对冲击性特性很敏感, 均值偏差对似然比、检验时间的长短以及检验的准确性都有影响。对假设  $H_0$  和  $H_1$ , 规定犯第一类错误的概率与犯第二类错误的概率相等, 取  $\alpha = \beta = 0.005$ , 并且所观测信号的先验概率是相等的。

由序贯概率比检验的基本原理可知, 均值变化量对似然比  $\Delta$  的影响较大。以正常状况下的信号 S1 的均值作为参数  $\mu_0$ , 以故障状态下的信号 S2 的均值作为参数  $\mu_1$ , 对信号进行检验, 得到如图 5 所示的图形。

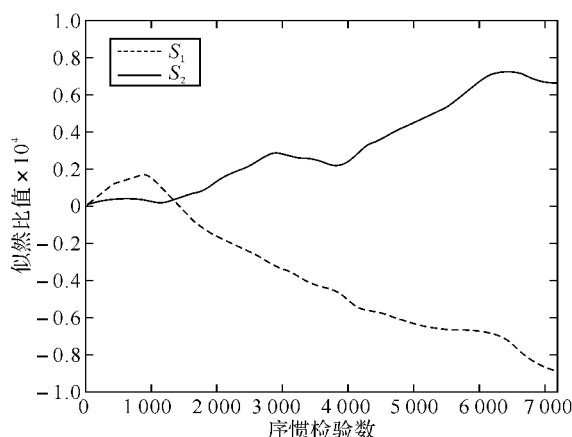


图 5 以正常状况下的信号 S1 的均值作为参数  $\mu_0$ , 以故障状态下的信号 S2 的均值作为参数  $\mu_1$  的序贯概率比检验结果

Fig. 5 The results of SPRT when the mean value of normal signal S1 is regarded as the parameter  $\mu_0$  and the mean value of faulty signals S2 is regarded as the parameter  $\mu_1$

当以正常状况下的信号 S1 的均值作为参数  $\mu_0$ , 以故障状态下的信号 S2 的均值作为参数  $\mu_1$  时, 分别将信号 S1 和 S2 输入似然比公式中检验,

得到图 5. 图 5 说明输入信号  $S_1$  时, 似然比满足  $\Delta < b$ , 可以判断齿轮箱正常运行; 输入信号  $S_2$  时, 似然比满足  $\Delta > a$ , 可以判断齿轮箱发生故障. 此外, 本文提出的序贯概率比检验算法可以对正常和故障的信号进行有效的区分.

#### 4.4 误差结果分析

实验中, 在正常状况下获得两组实验数据, 每一组预处理并提取特征值后得到 7 169 个数据点, 两组信号就共有 14 338 个数据点. 将这些数据点分为 16 小组, 分别记为  $A_1, B_1, C_1, D_1, E_1, F_1, G_1, H_1, I_1, J_1, K_1, L_1, M_1, N_1, O_1, P_1$  组. 将每一组数据进行序贯概率比检验, 得到 16 个似然比的值, 分别记为  $A_2, B_2, C_2, D_2, E_2, F_2, G_2, H_2, I_2, J_2, K_2, L_2, M_2, N_2, O_2, P_2$ . 用均方根误差方法来计算这 16 个似然比之间的误差, 即  $A_2$  分别与  $B_2$  到  $P_2$  这 15 个似然比较,  $B_2$  分别与  $C_2$  到  $P_2$  这 14 个似然比较,  $C_2$  分别与  $D_2$  到  $P_2$  这 13 个似然比较,  $\dots$ ,  $O_2$  与  $P_2$  比较, 得到 15 组比值, 其中每组比值中的最大值分别如以下图中所示的  $m_1, m_2, m_3, \dots, m_{15}$ . 故障模式下计算的似然比记为  $a$ , 运用均方根误差算法分别与上面的 16 组似然比值比较, 即  $a$  与  $A_2, B_2, \dots, P_2$  比较, 计算不同故障模式之间的误差, 共得到 16 个误差值点, 形成的误差曲线如下面图中的曲线. 通过误差的比较来评估序贯概率比检验算法应用于齿轮裂纹的故障诊断的诊断能力.

以正常信号的均值作为参数  $\mu_0$ , 以故障信号的均值作为参数  $\mu_1$ , 建立序贯概率比检验模型. 检验结果如图 6 所示.

将实验中得到并预处理后的 14 338 个正常齿轮的数据信号, 分为 16 组, 进行序贯概率比检验, 得到图 6(a) 所示的 16 条 normal 曲线. 同理, 对故障的数据信号进行序贯概率比检验, 得到图 6(a) 所示的 fault 曲线. 图 6(a) 说明 16 组正常信号的似然比曲线大体趋势相同, 与故障信号的似然比曲线有明显的差异. 运用均方根误差算法计算 16 组正常信号的似然比之间的误差, 共得到 15 组误差数据, 每组误差数据中的最大值如图 6(b) 中的条形图所示. 继续计算故障信号分别与正常信号似然比之间的误差, 得到如图 6(b) 所示的误差曲线. 图 6(b) 说明不同故障模式之间的误差远大于同种故障模式彼此之间的误差, 也就是说, 序贯概率比检验算法可以对不同故障模式进行有效的分类和识别.

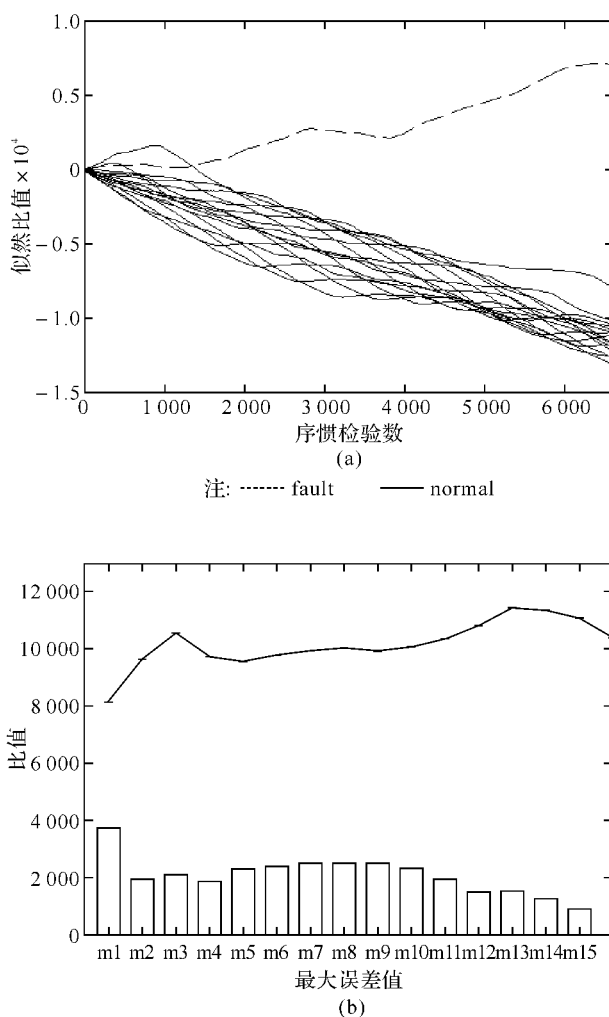


图 6 16 组正常信号和故障信号的序贯概率比检验及误差计算

Fig. 6 The SPRT and RMSE test of 16 groups of normal signals and fault signal

注: □ normal — fault

## 5 结 语

基于序贯概率比检验算法建立了一种新的齿轮箱故障诊断模型. 通过对正常和故障齿轮状态的识别与检验, 来检验序贯概率比检验算法的有效性. 实验中得到的振动信号夹杂着噪声等干扰, 采用小波包去噪方法对原信号进行预处理, 得到稳定的检验信号. 采用时域分析法提取信号的特征值, 本文中提取对冲击性振动敏感的峭度值作为特征值. 运用均方根误差算法来检验序贯概率比检验算法的诊断能力. 结果表明本文提出的方法能够有效地对齿轮进行故障诊断. 序贯概率比检验算法对齿轮裂纹的识别和诊断具有很好的有效性和可行性. 此外, 上述方法也适用于复杂旋转机械的故障诊断与检测.

## 参考文献:

- [1] Wald A. Sequential Analysis[M]. New York: Wiley, 1947.
- [2] Yu Chenggang, Su Bingjing. A non-parametric sequential rank-sum probability ratio test method for binary hypothesis testing[J]. Signal Processing, 2004 (84):1267-1272.
- [3] 李炜,朱芸,毛海杰,等. SPRT 检验法和小波变换法在管道泄漏检测中的应用[J]. 计算机测量与控制, 2005(9):903-904.
- [4] 舒苗森,刘广璞,潘宏侠. 基于小波包分解的机械振动信号分析[J]. 起重运输机械, 2009(9):61-64.
- [5] 鲁艳军,陈汉新,贺文杰,等. 基于混合特征提取和 WNN 的齿轮箱故障诊断[J]. 武汉工程大学学报, 2011,33(5):82-88.
- [6] 陈汉新,王庆军,陈绪兵,等. 基于解调振动信号特征提取齿轮箱的故障诊断[J]. 武汉工程大学学报, 2010,32(9):67-77.
- [7] 贺文杰, Bajolet Julien, Yoann Plassard, 等. 基于 EMD 和 FFT 的齿轮箱故障诊断[J]. 武汉工程大学学报, 2011,33(1):65-70.
- [8] 安妮,徐建民. 齿轮箱振动的故障诊断与实例分析[J]. 武汉工程大学学报, 2011,33(12):70-72.
- [9] Min Z H, Sun L M. A novel non-parametric sequential probability ratio test method for structural condition assessment[C] // Health Monitoring of Structural and Biological Systems. Edited by Kundu, Tribikram, Proceedings of the SPIE, 2010(7650):1-9.

## Theories and methods of gearbox fault diagnosis oriented sequential probability ratio test

SHANG Yun-fei, CHEN Han-xin, SUN Kui

(School of Mechanical and Electrical Engineering, Wuhan Institute of Technology, Wuhan, 430205, China)

**Abstract:** A novel method of fault diagnosis of gearbox based on sequential probability ratio test (SPRT) was proposed in this paper. The gear with the crack is used to simulate the gear fault mode. The wavelet packet transform was used to preprocess the signals. The time domain analysis was applied to extract the fault feature values of the vibration signals after preprocessing. The kurtosis value is used as the feature parameter because it is sensitive to impact vibration. The SPRT algorithm was developed to detect the gearbox fault mode. In order to test the diagnostic capability of SPRT, the root mean square error (RMSE) was used to calculate the errors between the same faults and between the different faults. The results show that the presented method was effective and robust.

**Key words:** Sequential Probability Ratio Test (SPRT); gearbox; wavelet packet transform; fault diagnosis

本文编辑:陈小平