

# 基于自回归模型的桥梁脉动风场模拟

徐丰<sup>1</sup>,詹昊<sup>2,3</sup>,梁琛<sup>4</sup>

1. 武汉工程大学资源与土木工程学院, 湖北 武汉 430074;
2. 中铁大桥勘测设计院集团有限公司, 湖北 武汉 430050;
3. 西南交通大学土木工程学院, 四川 成都 630031;
4. 华中科技大学土木工程与力学学院, 湖北 武汉 430074

**摘要:**为了客观量化桥梁结构上各点处的脉动风速时程从而为准确计算风荷载效应提供前提保证,在考虑结构节点间的风速时程相关性的基础上,采用线性滤波技术亦即白噪声滤波法中的自回归模型(AR)模拟了某斜拉桥主梁上个别代表点处在任意200 s时长内的风速随机时程。该模型通过线性滤波器将白噪声随机序列输出为符合一定谱特征的平稳随机过程。分别采用Kaimal谱和Panofsky谱作为水平向风和竖向风的风速谱,结果表明:AR模型可以有效模拟脉动风速时程,合成的随机风速时程能够客观反映各代表点风速的时间相关性和空间相关性,其功率谱和目标功率谱也吻合较好。

**关键词:**桥梁;脉动风场;自回归法;目标功率谱;相关函数

**中图分类号:**TU 441

**文献标识码:**A

**doi:**10.3969/j.issn.1674-2869.2015.03.006

## 0 引言

风荷载是结构设计时必需考虑的一类重要的随机动力荷载。在桥梁抖振动力时程分析中,首先需要根据目标功率谱函数模拟出时程脉动风速场,进而得到时程抖振力,因此准确地模拟脉动风场是进行桥梁抖振时域分析的前提。风速时程数值模拟的方法主要有基于三角函数叠加的谐波合成法(WAWS)以及基于数字滤波技术的线性滤波法,后者又包括自回归算法(AR)、移动平均算法(MA)及自回归移动平均算法(ARMA)<sup>[1]</sup>等。其中自回归模型(auto-regressive, AR)可以模拟具有时间相关性和空间相关性的脉动风场,计算效率和计算精度较高,得到了广泛地应用,本文采用自回归(AR)模型模拟某桥主梁处的脉动风场。

## 1 风场的基本特性

### 1.1 脉动风谱

脉动风功率谱密度函数反映了脉动风平均功率在频谱上的分布规律,是风场模拟的特征参数。用于工程设计的水平脉动风速谱主要有Davenport谱、Harris谱和Kaimal谱;竖向脉动风速谱主要有Lumley-Panofsky谱、Panofsky-McCormick谱。如式(1)和式(2)所示,本文采用Kaimal谱作为水平向风的风速谱,采用Panofsky谱作为竖向风的风速谱<sup>[2]</sup>。

$$\frac{nS_u(n)}{u_*^2} = \frac{200f}{(1+50f)^{5/3}} \quad (1)$$

$$\frac{nS_w(n)}{u_*^2} = \frac{6f}{(1+4f)^2} \quad (2)$$

$$\text{式(1)(2)中 } f = \frac{nZ}{U(Z)}; u_* = \frac{KU(Z)}{\ln[(Z-Z_d)/Z_0]};$$

$$Z_d = \bar{H} - \frac{Z_0}{k_d}; k_d = \frac{K}{\ln(10/Z_0)}.$$

$S_u(n)$ 、 $S_w(n)$ 分别为水平向和竖向脉动风速功率谱; $n$ 为脉动风频率(Hz); $Z$ 为有效高度; $U(Z)$ 为高度 $Z$ 处的平均风速; $u_*$ 为气流摩阻速度(亦称剪切速度); $K$ 为无量纲常数,一般取为0.4; $Z_d$ 为零平面高度; $\bar{H}$ 为周围建筑物的平均高度; $k_d$ 为地面阻力系数; $Z_0$ 为地面粗糙长度。

### 1.2 相干函数

考虑在不同时间和空间上的相关性是客观模拟脉动风场所必需的,在频域中脉动风的相关性一般用相干函数来表示。以式(3)所示的相干函数 $r_{ik}(n)$ 来考虑风速时程的空间相关特性<sup>[2]</sup>:

$$r_{ik}(n) = \exp \left[ \frac{-2n \sqrt{C_x^2(x_i - x_k)^2 + C_y^2(y_i - y_k)^2 + C_z^2(z_i - z_k)^2}}{\bar{V}(z_i) + \bar{V}(z_k)} \right] \quad (3)$$

式(3)中, $C_x$ 、 $C_y$ 、 $C_z$ 分别表示空间任意两点 $i$ 、 $k$ 一者较之另一者在左右、上下、前后方位上的衰减

系数,一般分别取为 16、8 和 10;  $(x_i, y_i, z_i)$ 、 $(x_k, y_k, z_k)$  分别为空间  $i, k$  点的三维坐标,  $i, k=1, \dots, M$ ;  $x, y, z$  分别为垂直于来流的水平方向、来流方向和竖向;  $\bar{V}(z_i)$ 、 $\bar{V}(z_k)$  分别表示第  $i$  点和第  $k$  点的平均风速。

## 2 脉动风场模拟

$M$  个相关的随机风过程可由式(4)生成:

$$\mathbf{u}(t) = \sum_{k=1}^p \boldsymbol{\psi}_k \mathbf{u}(t-k\Delta t) + \mathbf{N}(t) \quad (4)$$

式(4)中  $\mathbf{u}(t) = [\mathbf{u}^1(t), \dots, \mathbf{u}^M(t)]^T$ ,  $\mathbf{u}(t-k\Delta t) = [\mathbf{u}^1(t-k\Delta t), \dots, \mathbf{u}^M(t-k\Delta t)]^T$ ,  $\mathbf{N}(t) = [\mathbf{N}^1(t), \dots, \mathbf{N}^M(t)]^T$ ,  $\mathbf{N}^i(t)$  为期望值为 0、协方差给定的正态分布随机过程,  $i=1, \dots, M$ ;  $\boldsymbol{\psi}_k$  为  $M \times M$  阶矩阵,  $k=1, \dots, p$ ;  $p$  为 AR 模型的阶数,一般取 4 或 5,因此模拟风速的问题归结为求解  $\boldsymbol{\psi}_k$  和  $\mathbf{N}(t)$  的过程<sup>[3]</sup>。

### 2.1 协方差

由随机振动理论可知,相关函数(协方差)与功率谱密度之间满足维纳-辛钦公式,即

$$R_u^{ik}(j\Delta t) = \int_0^\infty S_u^{ik}(n) \cos(2\pi j n \Delta t) dn \quad i, k=1, \dots, M \quad (5)$$

式(5)中  $n$  为脉动风频率(Hz);  $S_u^{ik}(n)$  为在  $i=k$  时为脉动风速自谱密度函数,在  $i \neq k$  时为脉动风速互谱密度函数,即

$$S_u^{ik}(n) = \sqrt{S_u^{ii}(n) S_u^{kk}(n)} r_{ik}(n) \quad (6)$$

式(6)中  $r_{ik}(n)$  为相干函数,  $S_u^{ii}(n)$  或  $S_u^{kk}(n)$  可采用 Davenport 谱、Simiu 谱、Kaimal 谱等形式<sup>[4]</sup>。

### 2.2 回归系数矩阵

协方差  $R_u(j\Delta t)$  与回归系数  $\boldsymbol{\psi}_k$  的关系写成矩阵形式有<sup>[5-7]</sup>:

$$\bar{\mathbf{R}} = \bar{\mathbf{R}} \boldsymbol{\psi} \quad (7)$$

式中,

$$\mathbf{R}_{p \times M} = [\mathbf{R}_u(\Delta t), \dots, \mathbf{R}_u(p\Delta t)]^T \quad (8)$$

$$\boldsymbol{\psi}_{p \times M} = [\boldsymbol{\psi}_1^T, \dots, \boldsymbol{\psi}_p^T]^T \quad (9)$$

$$\bar{\mathbf{R}}_{p \times M} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_u(0) & \mathbf{R}_u(\Delta t) & \dots & \mathbf{R}_u[(p-2)\Delta t] & \mathbf{R}_u[(p-1)\Delta t] \\ \mathbf{R}_u(\Delta t) & \mathbf{R}_u(2\Delta t) & \dots & \mathbf{R}_u[(p-1)\Delta t] & \mathbf{R}_u(0) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{R}_u[(p-2)\Delta t] & \mathbf{R}_u[(p-1)\Delta t] & \dots & \mathbf{R}_u[(p-4)\Delta t] & \mathbf{R}_u[(p-3)\Delta t] \\ \mathbf{R}_u[(p-1)\Delta t] & \mathbf{R}_u(0) & \dots & \mathbf{R}_u[(p-3)\Delta t] & \mathbf{R}_u[(p-2)\Delta t] \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$\text{其中, } \mathbf{R}_u(j\Delta t)_{M \times M} = \begin{bmatrix} R_u^{11}(j\Delta t) & \dots & R_u^{1M}(j\Delta t) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ R_u^{M1}(j\Delta t) & \dots & R_u^{MM}(j\Delta t) \end{bmatrix} \quad j=1, \dots, p \quad (11)$$

$$\boldsymbol{\psi}_{j \times M} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\psi}_j^{11} & \dots & \boldsymbol{\psi}_j^{1M} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \boldsymbol{\psi}_j^{M1} & \dots & \boldsymbol{\psi}_j^{MM} \end{bmatrix} \quad (12)$$

回归系数矩阵  $\boldsymbol{\psi}$  可通过求解线性方程组式(4)而得到。

### 2.3 随机过程

对式(4)等号两边右乘  $\mathbf{u}(t)$  并取数学期望有:

$$\mathbf{R}_N = \mathbf{R}_u(0) - \sum_{k=1}^p \boldsymbol{\psi}_k \mathbf{R}_u(k\Delta t) \quad (13)$$

求出  $\mathbf{R}_N$  后对其作乔利斯基分解:

$$\mathbf{R}_N = \mathbf{L} \mathbf{L}^T \quad (14)$$

$\mathbf{L}$  为下三角矩阵,则有:

$$\mathbf{N}(t) = \mathbf{L} \mathbf{n}(t) \quad (15)$$

式中  $\mathbf{n}(t) = [n_1(t), \dots, n_M(t)]^T$ ,  $n_i(t)$  是均值为 0、方差为 1 且彼此相互独立的正态随机过程,  $i=1, \dots, M$ 。

### 2.4 风速时程

求出回归系数矩阵  $\boldsymbol{\psi}$  及  $\mathbf{R}_N$  后,可按式(4)求解出得到  $M$  个空间相关的、时间间隔  $\Delta t$  的离散脉动风速时程向量。

## 3 工程应用

某桥为主跨 460 m 的斜拉桥,桥位处的基本风速为  $V_{10}=37.6$  m/s,该桥处于沿海开阔地带,地表类别按照 A 类地貌取用。桥位平均风速服从幂指数分布,风剖面指数为  $\alpha=0.12$ ,主桥跨中的桥面标高为 42 m,对应的主梁设计基准风速为 53 m/s。水平脉动风速采用 Kaimal 谱,AR 模型阶数为 4,模拟时间步长为 0.1 s。计算中仅考虑作用在主梁上的脉动风,主梁上每隔 25.55 m 取一个脉动风速点,共 19 个点。桥梁及风速点划分示意图如图 1 所示。

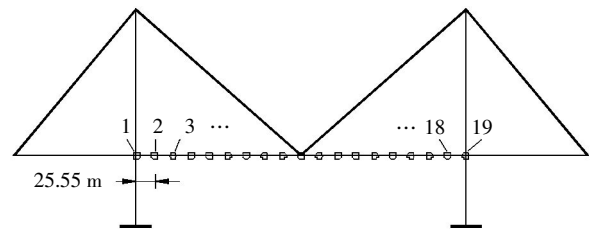


图 1 桥梁及风速点划分示意图

Fig.1 Scheme of the bridge and wind action points

### 3.1 脉动风速时程

以 1 号点和 2 号点为例,模拟的脉动风速时程曲线如图 2 和图 3 所示。

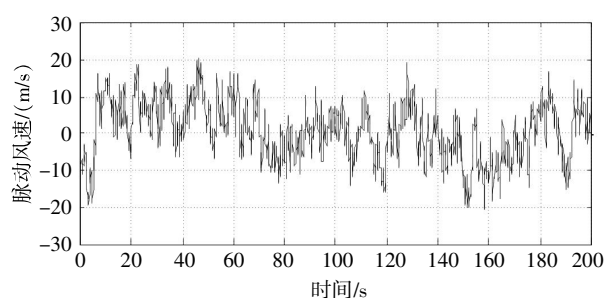


图2 1号点脉动风速时程

Fig.2 Fluctuating wind speed time series at point 1

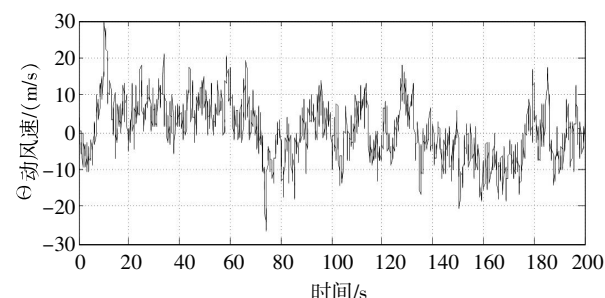


图3 2号点脉动风速时程

Fig.3 Fluctuating wind speed time series at point 2

### 3.2 脉动风速功率谱

1号点和2号点处的脉动风速目标功率谱与模拟功率谱比较图如图4和图5所示(光滑曲线为目标功率谱,波动曲线为模拟功率谱)。

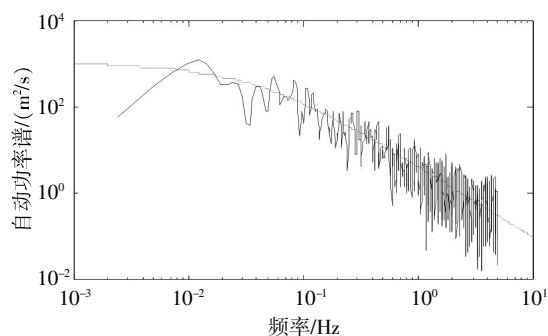


图4 1号点模拟功率谱与目标功率谱比较

Fig.4 Comparison between simulated power spectrum and target power spectrum for point 1

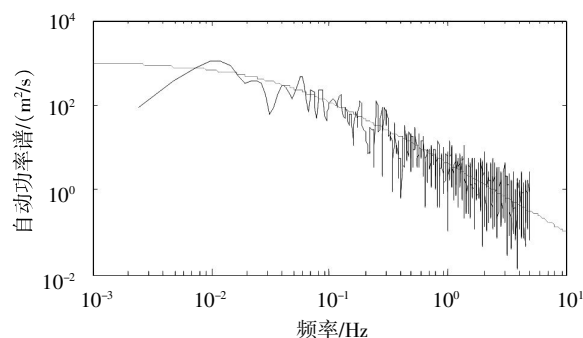


图5 2号点模拟功率谱与目标功率谱比较

Fig.5 Comparison between simulated power spectrum and target power spectrum for point 2

由图4和图5可知本文合成的随机风速时程功率谱和目标功率谱吻合良好。

### 3.3 脉动风速相关性

脉动风速相关性见表1。

表1 部分点模拟脉动风速相关性列表

Table 1 List of correlation of simulated fluctuating wind speed at some points

点号	距离/m	相关系数
1点与2点	25.55	0.541
1点与3点	51.10	0.331
1点与4点	76.65	0.209

由表1可知,距离越近,两点脉动风速之间相关性越强,这表明模拟的风速时程相关性是合理的。

## 4 结语

结合某实际桥梁工程,本文基于AR线性滤波技术对某桥主梁上各计算点的随机脉动风场进行了模拟计算。模拟结果表明:

a.合成的随机风速时程功率谱和目标功率谱在高频区和低频区都吻合良好。

b.模拟的风速时程相关性合理。距离越近的两点脉动风速之间相关系数越大,相关性越强;距离越远的两点脉动风速之间相关系数越小,相关性越弱。

## 致谢

感谢华中科技大学土木工程与力学学院张海龙教授科研团队提供的帮助与支持。

## 参考文献:

- [1] 骆宁安,杨文武,韩大建.大跨度桥梁脉动风场的随机模拟[J].华南理工大学学报:自然科学版,2002,30(3):57-60.  
LUO Ning-an, YANG Wen-wu, HAN Da-jian. Stochastic simulation of wind turbulence field for a long-span bridge[J]. Journal of South China University of Technology: Natural Science Edition, 2002, 30(3): 57-60. (in Chinese)
- [2] 张希黔,葛勇,严春风,等.脉动风场模拟技术的研究与进展[J].地震工程与工程振动,2008,28(6):206-211.  
ZHANG Xi-qian, GE Yong, YAN Chun-feng, et al. Advances in research of simulation technology of fluctuation wind loading[J]. Journal of Earthquake Engineering and Engineering Vibration, 2008, 28(6): 206-

211. (in Chinese)
- [3] 李春祥,都敏,韩兵康. 基于 AR 模型模拟超高层建筑的脉动风速时程[J].地震工程与工程振动,2008,28(3):87-94.
- LI Chun-xiang, DU Min, HAN Bing-kang. Simulation of fluctuating wind speed time series of super tall buildings based on AR model [J]. Journal of Earthquake Engineering and Engineering Vibration,2008,28(3):87-94. (in Chinese)
- [4] 张文福,马昌恒,肖岩. 风场模拟中 AR 模型的若干问题[J]. 计算力学学报,2009,26(1):124-130.
- ZHANG Wen-fu, MA Chang-heng, XIAO Yan. Some issues on AR models for wind field simulation[J]. Chinese Journal of Computational Mechanics, 2009,26(1):124-130. (in Chinese)
- [5] 张田,夏禾,郭薇薇. 基于多维 AR 模型的桥梁随机风场模拟[J].中南大学学报:自然科学版,2012,43(3):1114-1121.
- ZHANG Tian, XIA He, GUO Wei-wei. Simulation of bridge stochastic wind field using multi-variate auto-regressive model[J]. Journal of Central South University: Natural Science Edition),2012,43(3):1114-1121. (in Chinese)
- [6] 李瑞平,周宁,张卫华,等. 基于 AR 模型的接触网脉动风场与风振响应 [J]. 交通运输工程学报,2013,13(4):56-62.
- LI Rui-ping, ZHOU Ning, ZHANG Wei-hua, et al. Fluctuating wind field and wind-induced vibration response of catenary based on AR model [J]. Journal of Traffic and Transportation Engineering, 2013,13(4):56-62. (in Chinese)
- [7] 徐赵东. 土木工程常用软件分析与应用 (MATLAB-SAP2000-ANSYS)[M].北京:中国建筑工业出版社,2010:133.
- XU Zhao-dong. Analysis and application of commonly used software in Civil Engineering (MATLAB - SAP2000 - ANSYS) [M]. Beijing: China Architecture & Building press,2010:133. (in Chinese)

## Simulation of bridge fluctuating wind field based on Auto-Regressive model

*XU Feng<sup>1</sup>, ZHANG Hao<sup>2,3</sup>, LIANG Chen<sup>4</sup>*

1. School of Resource and Civil Engineering, Wuhan Institute of Technology, Wuhan 430074, China;

2. China Railway Major Bridge Reconnaissance and Design Institute Co., Ltd., Wuhan 430050, China;

3. School of Civil Engineering, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China;

4. School of Civil Engineering and Mechanics, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074, China

**Abstract:** Objective quantification of fluctuating wind speed time series around the body of bridge structure offers guarantee for the accurate calculation of wind effect of the structure. Base on the correlativity of nodal wind speed time history, the Auto-Regressive (AR) model of the white noise filtration method was used to simulate the time history of fluctuating wind within any 200 seconds at representative points on the main beam of a cable-stayed bridge. Through the linear filter, a white noise random series with zero mean were transferred to be a stationary random process with specified spectral characteristics. Herein, the spectrum of Kaimal and the spectrum of Panofsky were used to simulate the horizontal and vertical wind spectrum respectively. The results of numerical wind speed time series show that AR model is efficient in simulating nodal wind speed time series which has time and space correlativity. The simulated power spectrum density is consistent with the target power spectrum density and correlation function is reasonable.

**Keywords:** bridge; stochastic wind field simulation; Auto-Regressive model; target power spectrum density; correlation function

本文编辑:龚晓宁